Seminario de Álgebra - Grupo ALCOM
Escuela de Matemáticas
Facultad de Ciencias

Propiedad de Midy y primalidad

John H. Castillo[a] [b]
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad de Nariño

16/2/2016 - SALA LEZAMA, LL 301; 3:00 p.m

[a] Áreas de interés: **T**eoría de Números, parcialmente financiado por VIPRI-UDENAR y COLCIENCIAS
[b] `E-m@il address: jhcastillo@gmail.com`

Resumen:

Sean N y b enteros positivos primos relativos, $b > 1$ la base de numeración, $|b|_N$ el orden de b en el grupo multiplicativo $\mathbb{U}_N$ de enteros positivos menores que N y primos relativos con N, y $x \in \mathbb{U}_N$. Se sabe que al escribir la fracción $\frac{x}{N}$ en base b, ésta es periódica. El período denota la secuencia de dígitos en base b que se repite en tal expresión. Se puede probar que $|b|_N$ es la longitud del período de la fracción $\frac{x}{N}$. Sean d, k enteros positivos con $|b|_N = dk$, $d > 1$ y $\frac{x}{N} = 0.\overline{a_1 a_2 \cdots a_{|b|_N}}$, donde la barra indica el período y los a_i son dígitos en base b. A continuación, se separa el período $a_1 a_2 \cdots a_{|b|_N}$ en d bloques de longitud k cada uno. De esta forma sea $A_j = [a_{(j-1)k+1} a_{(j-1)k+2} \cdots a_{jk}]_b$, el número representado en base b por el j-ésimo bloque y $S_d(x) = \sum_{j=1}^{d} A_j$. Si para todo $x \in \mathbb{U}_N$, la suma $S_d(x)$ es múltiplo de $b^k - 1$ decimos que N tiene la propiedad de Midy para b y d.

Dados b y N se denota con $\mathcal{M}_b(N)$ el conjunto de todos los d tales que N tiene la propiedad de Midy para b y d y se llamará a este, el conjunto de Midy de N para la base b.

Es fácil ver que si N es un número primo, entonces cualquier divisor de $|b|_N$, mayor que 1 pertenece a $\mathcal{M}_b(N)$. En este sentido, el conjunto de Midy de N para la base b tiene el mayor número de elementos posible. Existen números compuestos N que gozan de esta propiedad para una determinada base, como es el caso de $N = 121$ y $b = 3$. Esto motiva la siguiente definición.

Se dice que un número impar N es un número de Midy para la base b, si N es primo relativo con b y con $|b|_N$, y para todo divisor $d > 1$, de $|b|_N$ se tiene que $d \in \mathcal{M}_b(N)$. De esta forma N es un número de Midy base b si, y sólo si $q \in \mathcal{M}_b(N)$ para todo divisor primo q de $|b|_N$.

En esta charla presentaremos algunas de las conexiones existentes entre los números de Midy y la primalidad.

Bibliografía

[1] John H. Castillo, Gilberto García-Pulgarín, and Juan Miguel Velásquez-Soto, *Structure of associated sets to Midy's Property* Mat. Enseñ. Univ. (N. S.) **XX** (2012), no. 1, 21–28.

[2] John H. Castillo, Gilberto García-Pulgarín, and Juan Miguel Velásquez-Soto, *De los números de Midy a la primalidad.* Revista Integración, **33** (2015), no. 1, 1–10.

[3] Vladimir Shevelev, John H. Castillo, Gilberto García-Pulgarín, and Juan Miguel Velásquez-Soto, *Overpseudoprimes, and Mersenne and Fermat Numbers as Primover Numbers.* J. Integer Seq. **15** (2012), no. 7, Article 12.7.7.