

# Resolución de Problemas & Grafos

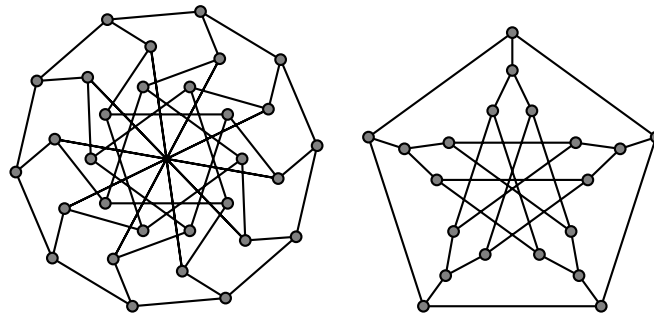
Alexander Holguín Villa \* \*\*  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS - UIS  
Bucaramanga - Santander

## Proyecto de Extensión: Círculos Matemáticos

- Noviembre 17, 2023

### Resumen

Motivaremos algunas propiedades de las estructuras combinatorias consistentes de un conjunto de puntos o vértices y un conjunto de pares ordenados de vértices, denominados aristas, para plantear y resolver problemas. Como veremos, es posible que algunos de ellos sean de *Vida Cotidiana*.



**T<sub>E</sub>Xample.net:** Combinatorial Graph - By R. Villarroel

## 1. Algunas Resultados

1. **Lema del Apretón de Manos:** En cualquier grafo simple la suma de los grados de los vértices es igual al doble del número de aristas en el grafo, es decir,

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|, \quad \deg(v) : \text{grado del vértice } v.$$

2. **Fórmula de Euler:** Si  $G$  es un grafo planar conexo con  $n$  vértices,  $m$  aristas y  $f$  caras, entonces

$$n - m + f = 2.$$

---

\* [circulos.matematicos@uis.edu.co](mailto:circulos.matematicos@uis.edu.co); 6344000 ext. 2316

\*\* Sitio Web: <http://matematicas.uis.edu.co/aholguin/>

## 2. Problemas

### Problemas Clásicos

#### 1. (Problema del testamento)

Hubo una vez un rey que tenía cinco hijos. En su testamento el rey estableció que después de su muerte sus hijos deberían dividir el reino en cinco regiones de manera tal que cada región tuviese una frontera común con cada una de las otras cuatro regiones.

#### 2. (Problema del traslado en el Zoológico)

Algunos animales de un zoológico deben ser trasladados y es necesario saber el número mínimo de jaulas necesarias para el traslado, teniendo en cuenta que hay animales que no pueden estar juntos de acuerdo a las siguientes restricciones: (1) El cocodrilo no puede estar junto al ciervo, al antílope, al mono y al elefante. (2) El hipopótamo no puede estar con el ciervo, elefante ni jirafa. (3) La cebra no puede estar con el rinoceronte, el antílope ni el cocodrilo. (4) La jirafa no puede estar con el mono y (5) el oso no puede estar junto al ciervo, al rinoceronte ni al cocodrilo.

### Otros Problemas

#### 1. Tomado de Gleason, Greenwood, y Kelly (1980)

Establecer que en **toda reunión** de 6 personas siempre habrá 3 personas que se **conocen entre sí** o 3 **que no se conocen**.

#### 2. Tomado de IMO (2008)

Una reunión de 7 personas tiene la curiosa particularidad que para cada 3 de ellos existe un cuarto asistente que es familiar de los 3. Probar que **existe un familiar** de cada uno de los asistentes.

#### 3. Tomado de Estrategias de resolución de problemas: Grafos; Castillo Gómez & Rúa Álvarez

Cinco amigos salen de vacaciones al mismo tiempo y a diferentes lugares. Deciden que al llegar a su destino cada uno de ellos enviará una postal a tres de los restantes. ¿Es posible que cada amigo reciba postales de precisamente los tres amigos a los que él envió las suyas?

## Reto

Los barrios de la ciudad de Bucaramanga están agrupados en 17 comunas. Ver figura abajo.



1. Trazar el grafo de comunas de Bucaramanga, donde cada comuna representa un vértice del grafo y dos vértices están unidos por una arista si las correspondientes comunas comparten frontera (no solo un punto).
2. Encontrar el número mínimo de colores para pintar el mapa de las comunas de Bucaramanga de manera tal que dos de ellas con frontera común tengan colores distintos.