"Todo problema profana un misterio; a su vez, todo problema es profanado por la solución." -**Cioran.**

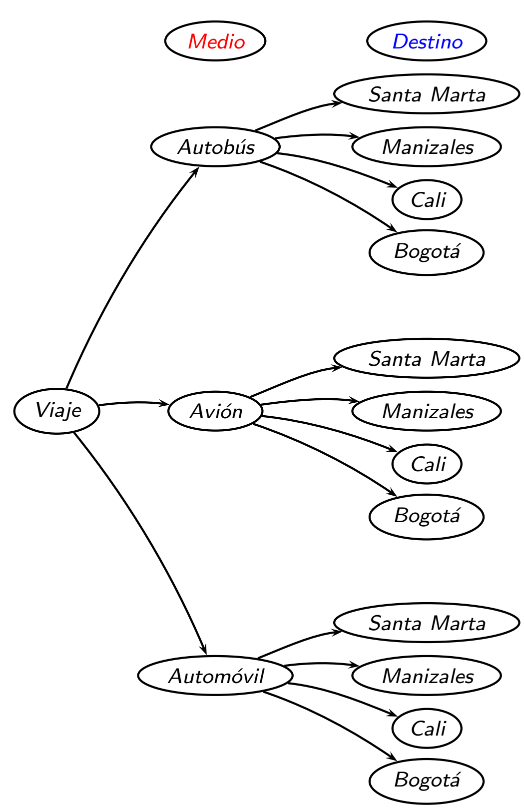
MARATÓN OLÍMPICA

¡Quédate en casa y prepárate para las Olimpiadas!

SOLUCIONARIO DEL RETO 1.

1. La familia de Sebastián planea hacer un viaje de vacaciones cuando acabe la pandemia. Los posibles destinos son: Santa Marta, Manizales, Cali o Bogotá, y los medios de transporte que pueden usar son: autobús, avión o automóvil. ¿De cuántas maneras diferentes pueden arreglar su viaje de vacaciones?

   Solución: Las diferentes maneras en que la familia de Sebastián puede arreglar su viaje de vacaciones se presentan en el siguiente diagrama:



   De modo que por el principio multiplicativo, se tiene:

$$\underbrace{3 \; opciones}_{\text{Medio}} \times \underbrace{4 \; opciones}_{\text{Destino}} = \underbrace{3 \times 4 = 12.}_{\text{Formas de arreglar el viaje}}$$

2. Phineas y Ferb han comprado algunos accesorios para Perry el ornitorrinco: dos sombreros, tres corbatines y cuatro camisas. Si quieren que Perry siempre tenga sombrero, corbatín y camisa, ¿de cuántas formas pueden Phineas y Ferb vestir a Perry?

   Solución:

$$\underbrace{2 \; opciones}_{\text{Sombrero}} \times \underbrace{3 \; opciones}_{\text{Corbatín}} \times \underbrace{4 \; opciones}_{\text{Camisa}} = \underbrace{2 \times 3 \times 4 = 24.}_{\text{formas de vestir a Perry}}$$

3. Una persona desea construir su casa, para lo cual considera que puede construir sus cimientos de dos maneras: concreto o block de cemento, mientras que las paredes las puede hacer de adobe, adobón o ladrillo; el techo puede ser de concreto, lámina galvanizada o teja de barro, y por último los acabados se pueden realizar de una sola manera. ¿Cuántas maneras tiene esta persona de construir su casa?

Solución:

$$\underbrace{2\ opciones}_{\text{cimientos}} \times \underbrace{3\ opciones}_{\text{paredes}} \times \underbrace{3\ opciones}_{\text{techo}} \times \underbrace{1\ opciones}_{\text{acabados}} = \underbrace{2 \times 3 \times 3 \times 1 = 18.}_{\text{formas de construir la casa}}$$

4. ¿Cuántos números naturales de tres cifras se pueden formar con los dígitos 2, 3, 4?

Solución: Note que en este caso, se pueden repetir las cifras. Así, por el principio multiplicativo se tiene que la cantidad de números con estas condiciones es:

$$\underbrace{3\ opciones}_{\text{centenas}} \times \underbrace{3\ opciones}_{\text{decenas}} \times \underbrace{3\ opciones}_{\text{unidades}} = \underbrace{3 \times 3 \times 3 = 27.}_{\text{cantidad de números}}$$

También se pueden listar los posibles números: 222, 223, 224, 232, 233, 234, 242, 243, $244, \ldots$ continúe con la lista

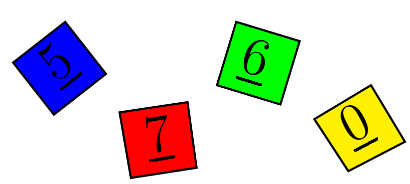
5. ¿Cuántos números naturales de tres cifras diferentes se pueden formar con los dígitos 2, 3, 4?

Solución: Note que en este caso, NO se pueden repetir las cifras. Así, por el principio multiplicativo se tiene que la cantidad de números con estas condiciones es:

$$\underbrace{3\ opciones}_{\text{centenas}} \times \underbrace{2\ opciones}_{\text{decenas}} \times \underbrace{1\ opciones}_{\text{unidades}} = \underbrace{3 \times 2 \times 1 = 6.}_{\text{cantidad de números}}$$

También se pueden listar los posibles números: 234, 243, 324, 342, 423, 432.

6. Iván juega a formar números con las siguientes cuatro tarjetas:



De los números que puede formar Iván con sus tarjetas,

(a) ¿cuántos tienen una cifra ?
Solución: 4, *cada una de las tarjetas.*

(b) ¿cuántos tienen dos cifras ?
Solución: en este caso, el número no puede iniciar en cero, pues no sería de dos cifras y además no se pueden repetir cifras, pues solo hay 4 *tarjetas cada una con diferente dígito, luego*

- *para las decenas solo se puede usar las tarjetas con los dígitos:* 5, 7 *y* 6.
- *para las unidades, solo se pueden usar tres tarjetas, pues ya una se usó para las decenas.*

Así, por el principio multiplicativo se tiene que la cantidad de números con estas condiciones es:

$$\underbrace{3\ opciones}_{\text{decenas}} \times \underbrace{3\ opciones}_{\text{unidades}} = \underbrace{3 \times 3 = 9.}_{\text{cantidad de números}}$$

(c) ¿cuántos tienen tres cifras?
Solución: en este caso, el número no puede iniciar en cero, pues no sería de tres cifras y además no se pueden repetir cifras, pues solo hay 4 *tarjetas cada una con diferente dígito, luego*

- *para las centenas solo se puede usar las tarjetas con los dígitos:* 5, 7 *y* 6.
- *para las decenas, solo se pueden usar tres tarjetas, pues ya una se usó para las decenas.*
- *para las unidades, solo se pueden usar dos tarjetas, pues ya se usaron dos (para las centenas y para las decenas)*

Scan me
Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316; 6450301.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

Así, por el principio multiplicativo se tiene que la cantidad de números con estas condiciones es:

$$\underbrace{3\ opciones}_{\text{centenas}} \times \underbrace{3\ opciones}_{\text{decenas}} \times \underbrace{2\ opciones}_{\text{unidades}} = \underbrace{3 \times 3 \times 2 = 18.}_{\text{cantidad de números}}$$

(*d*) ¿cuántos tienen cuatro cifras?

Solución:

$$\underbrace{3\ opciones}_{\text{Unidades de Mil}} \times \underbrace{3\ opciones}_{\text{centenas}} \times \underbrace{2\ opciones}_{\text{decenas}} \times \underbrace{1\ opcion}_{\text{unidades}} = \underbrace{3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18.}_{\text{cantidad de números}}$$

(*e*) ¿cuál es el menor?

Respuesta: 0.

(*f*) ¿cuál es el menor de cuatro cifras?

Respuesta: 5067.

(*g*) ¿cuál es el menor, usando las cuatro tarjetas?

Respuesta: 0567.

(*h*) ¿cuál es el mayor?

Respuesta: 7650.

(*i*) ¿cuántos tienen 3 cifras y terminan en 5?

Solución:

$$\underbrace{2\ opciones}_{\text{Unidades de Mil: } 6 \text{ o } 7} \times \underbrace{2\ opciones}_{\text{centenas}} \times \underbrace{1\ opciones}_{\text{decenas}} \times \underbrace{1\ opcion}_{\text{unidades: } 5} = \underbrace{2 \times 2 \times 1 \times 1 = 4.}_{\text{cantidad de números}}$$

(*j*) ¿cuántos son mayores que 6000?

Solución:

$$\underbrace{2\ opciones}_{\text{Unidades de Mil: } 6 \text{ o } 7} \times \underbrace{3\ opciones}_{\text{centenas}} \times \underbrace{2\ opciones}_{\text{decenas}} \times \underbrace{1\ opcion}_{\text{unidades}} = \underbrace{2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12.}_{\text{cantidad de números}}$$

7. Daniel desea empezar un programa de ejercicios semanal. En los días lunes a viernes puede correr, montar en bicicleta o practicar natación y en los fines de semana (sábado y domingo), puede jugar béisbol, fútbol o voleibol. ¿Cuántos programas de ejercicios puede planear Daniel, si en cada día debe establecer solo una actividad?

   Solución:

$$\underbrace{3\ opc}_{\text{lun}} \times \underbrace{3\ opc}_{\text{mar}} \times \underbrace{3\ opc}_{\text{miérc}} \times \underbrace{3\ opc}_{\text{jue}} \times \underbrace{3\ opc}_{\text{vie}} \times \underbrace{3\ opc}_{\text{sáb}} \times \underbrace{3\ opc}_{\text{dom}} = \underbrace{3^7.}_{\text{programas}}$$

8. Se desea ubicar 3 niños y 4 niñas en una fila. Si los niños deben ocupar los lugares pares, ¿de cuántas formas pueden ubicarse los niños y la niñas?

   Solución: Se organizan primero las niñas (no se pueden repetir), luego los niños (no se pueden repetir)

$$\underbrace{4\ opc}_{\text{niña}} \times \underbrace{3\ opc}_{\text{niño}} \times \underbrace{3\ opc}_{\text{niña}} \times \underbrace{2\ opc}_{\text{niño}} \times \underbrace{2\ opc}_{\text{niña}} \times \underbrace{1\ opc}_{\text{niño}} \times \underbrace{1\ opc}_{\text{niña}} = \underbrace{144.}_{\text{programas}}$$

9. Juan, Carlos, Tomás, María y José van al cine y les fueron asignadas cinco sillas consecutivas. ¿De cuántas formas se pueden sentar, si Juan y María están uno al lado del otro y nadie, además de María, está junto a Juan?

   Solución: Dado que nadie, además de María, está junto a Juan, entonces Juan está en un extremo.

   Caso 1. *Juan está al inicio:*

$$\underbrace{1\ opc}_{\text{Juan}} \times \underbrace{1\ opc}_{\text{María}} \times \underbrace{3\ opc}_{\text{silla } 3} \times \underbrace{2\ opc}_{\text{silla } 4} \times \underbrace{1\ opc}_{\text{silla } 5} = \underbrace{6.}_{\text{programas}}$$

   Caso 2. *Juan está al final:*

$$\underbrace{3\ opc}_{\text{silla } 1} \times \underbrace{2\ opc}_{\text{silla } 2} \times \underbrace{1\ opc}_{\text{silla } 3} \times \underbrace{1\ opc}_{\text{María}} \times \underbrace{1\ opc}_{\text{Juan}} = \underbrace{6.}_{\text{programas}}$$

En total hay 12 formas en las que se pueden sentar los amigos en el cine, con las condiciones dadas.

10. Las placas de cada automóvil se diseñan con tres letras, seguidas de tres números dígitos.

   (a) ¿Cuántas placas diferentes pueden diseñarse?
   Solución: Dado que se pueden usar 27 letras y 10 dígitos, el número total de placas es:

$$\underbrace{27\ opc}_{\text{Letra } 1} \times \underbrace{27\ opc}_{\text{Letra } 2} \times \underbrace{27\ opc}_{\text{Letra } 3} \times \underbrace{10\ opc}_{\text{número } 1} \times \underbrace{10\ opc}_{\text{número } 3} \times \underbrace{10\ opc}_{\text{número } 3} \times = \underbrace{27 \times 27 \times 27 \times 10 \times 10 \times 10}_{\text{cantidad de placas}}$$

   (b) ¿Cuántas placas inician con la letra A y terminan con el número 9?
   Solución: Dado que se pueden usar 27 letras y 10 dígitos, el número total de placas es:

$$\underbrace{1\ opc}_{\text{Letra } 1:\ A} \times \underbrace{27\ opc}_{\text{Letra } 2} \times \underbrace{27\ opc}_{\text{Letra } 3} \times \underbrace{10\ opc}_{\text{número } 1} \times \underbrace{10\ opc}_{\text{número } 3} \times \underbrace{1\ opc}_{\text{número } 3:\ 9} \times = \underbrace{1 \times 27 \times 27 \times 10 \times 10 \times 1 = 72900}_{\text{cantidad de placas}}$$

   (c) ¿Cuántas placas pueden diseñarse con solo las vocales y los números dígitos?
   Solución: Dado que solo se pueden usar las volcales, es decir 5 letras y 10 dígitos, el número total de placas con estas condiciones es:

$$\underbrace{5\ opc}_{\text{Letra } 1} \times \underbrace{5\ opc}_{\text{Letra } 2} \times \underbrace{5\ opc}_{\text{Letra } 3} \times \underbrace{10\ opc}_{\text{número } 1} \times \underbrace{10\ opc}_{\text{número } 3} \times \underbrace{10\ opc}_{\text{número } 3} \times = \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 10 \times 10 \times 10}_{\text{cantidad de placas}}$$

   (d) ¿Cuántas placas pueden diseñarse sin repetir letras ni números?
   Solución: Dado no se pueden repetir letras ni dígitos, el número total de placas con estas condiciones es:

$$\underbrace{27\ opc}_{\text{Letra } 1} \times \underbrace{26\ opc}_{\text{Letra } 2} \times \underbrace{25\ opc}_{\text{Letra } 3} \times \underbrace{10\ opc}_{\text{número } 1} \times \underbrace{9\ opc}_{\text{número } 3} \times \underbrace{8\ opc}_{\text{número } 3} \times = \underbrace{27 \times 26 \times 25 \times 10 \times 9 \times 8}_{\text{cantidad de placas}}$$

   Nota: considere el alfabeto español con 27 letras.