

"Todo problema profana un misterio; a su vez, todo problema es profanado por la solución." -Cioran.

## MARATÓN OLÍMPICA

¡Quédate en casa y prepárate para las Olimpiadas!

### SOLUCIONARIO DEL RETO 1.

1. La hermana mayor de Camila tiene 35 años, si la edad de Camila es múltiplo 6, ¿cuál es la mayor edad que puede tener Camila?. ¿Cuál es la edad de Camila?

*Solución:* El múltiplo de 6 más cercano a 35, pero menor que 35 es 30, por lo tanto esta es la mayor edad que puede tener Camila.

2. El número  $372a$  es múltiplo de 2, 3 y 5 ¿Cuál es el valor de la cifra  $a$ ?

*Solución:* Como el número debe ser múltiplo de 2 y 5, su última cifra debe ser 0.

3. La clave del celular de Sofía es un número de cuatro cifras. Se sabe que este número tiene 3 unidades de mil y 1 centena. Además es divisible por 2, 3, 4 y 5. ¿Cuántos intentos son suficientes para descubrir la clave del celular de Sofía?

*Solución:* La clave del teléfono de Sofía es de la siguiente forma:

3 1 \_ \_

. Dado que el número de la clave es divisible por 2 y 5, su última cifra debe ser 0,

3 1 \_ 0,

También, es divisible por 4 entonces sus dos últimas cifras son múltiplo de 4, así las posibilidades son:

3 1 0 0,

3 1 2 0,

3 1 4 0,

3 1 6 0,

3 1 8 0,

Pero la clave también es divisible por 3, luego la suma de sus cifras es múltiplo de 3, y de los anteriores los únicos que cumplen esta condición son:

3 1 2 0,

3 1 8 0.

Por lo tanto, son suficientes dos intentos para descubrir la clave del celular de Sofía.

4. Fabián ha estado leyendo un libro durante la semana. La cantidad de páginas del libro es menor que 350 y es divisible por los números 2, 5 y 7. ¿Cuál es la mayor cantidad de páginas que puede tener el libro?

*Solución:* Dado que el número de páginas es divisible por 2, 5 y 7 entonces este número es múltiplo de 70 y el múltiplo de 70 más cercano a 350, pero **menor** que 350, es 280.



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.



5. Gabriel está buscando un número natural menor que 50 y múltiplo de 4, tal que al restarle 1 es múltiplo de 3. ¿Cuántos números cumplen esta propiedad?

**Solución:** Listamos los múltiplos de 4 menores que 50 :

0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48,

y entre ellos buscamos aquellos que al restarle 1 es un múltiplo de 3, estos son:

4, 16, 28, 40.

6. Camila quiere abrir una caja fuerte, la clave está formada por 4 dígitos, su hermano le dijo que los tres primeros dígitos forman el número 293 y además le dijo que la clave es divisible por 6. ¿Cuál es la clave de la caja fuerte?

**Solución:** Dado que la clave es divisible por 6, entonces a clave es divisible por 2 y por 3, entonces su última cifra debe ser par, la posibilidades son:

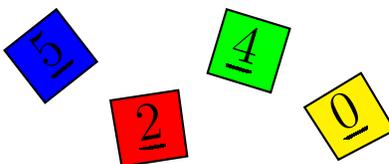
2930, 2932, 2934, 2936, 2938,

pero también la suma de sus cifras debe ser múltiplo de 3, y de las anteriores, la única clave que cumple esta condición es: **2934**.

7. Entre los primeros 100 números naturales, ¿cuántos son divisibles por 2 y 5 al mismo tiempo?

**Solución:** Los números que son divisibles por 2 y 5, al mismo tiempo son los múltiplos de 10; y entre 1 y 100 (incluyendo el 100) hay 10 múltiplos de 10, estos son: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100. (si se incluye al cero, se debe excluir al 100.) Por lo tanto el total de estos números es 10.

8. Iván tiene cuatro tarjetas como las que se muestran a continuación, y juega a formar números con ellas, usándolas todas o algunas.



De los números que puede formar Iván con sus tarjetas,

- (a) ¿cuántos tienen tres cifras?

**Solución:** en este caso, el número no puede iniciar en cero, pues no sería de tres cifras y además no se pueden repetir cifras, pues solo hay 4 tarjetas cada una con diferente dígito, luego

- para las centenas solo se puede usar las tarjetas con los dígitos: 2, 4 y 5.
- para las decenas, solo se pueden usar tres tarjetas, pues ya una se usó para las decenas.
- para las unidades, solo se pueden usar dos tarjetas, pues ya se usaron dos (para las centenas y para las decenas)

Así, por el principio multiplicativo se tiene que la cantidad de números con estas condiciones es:

$$\underbrace{3 \text{ opciones}}_{\text{centenas}} \times \underbrace{3 \text{ opciones}}_{\text{decenas}} \times \underbrace{2 \text{ opciones}}_{\text{unidades}} = \underbrace{3 \times 3 \times 2}_{\text{cantidad de números}} = 18.$$

- (b) ¿cuántos tienen cuatro cifras?

**Solución:**

$$\underbrace{3 \text{ opciones}}_{\text{Unidades de Mil}} \times \underbrace{3 \text{ opciones}}_{\text{centenas}} \times \underbrace{2 \text{ opciones}}_{\text{decenas}} \times \underbrace{1 \text{ opcion}}_{\text{unidades}} = \underbrace{3 \times 3 \times 2 \times 1}_{\text{cantidad de números}} = 18.$$



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.



(c) ¿cuántos tienen cuatro cifras y son pares?

*Solución:* en este caso, el número debe terminar en una cifra par: listamos los números posibles:

2450 4052 2054  
2540 4502 2504  
4250 5042 5024  
4520 5402 5204  
5240  
5420

En total, 14.

(d) ¿cuántos tienen cuatro cifras y son múltiplos de 4?

*Solución:* De la lista anterior, seleccionamos aquellos cuyas dos últimas cifras formen un número múltiplo de 4

4052  
2540 2504  
5024  
4520 5204  
5240  
5420

En total, 8.

9. ¿Cuántos números capicúa de 4 cifras son múltiplos de 3?

**Nota:** un número se llama **capicúa** si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.  
Ejemplo: 4224 es capicúa.

*Solución:* Teniendo en cuenta el criterio de divisibilidad por 3, se tiene que los números capicúa de cuatro cifras que son múltiplos de 3 cumplen con las siguientes condiciones:

- Tienen la forma  $abba$ , donde  $a, b$  son dígitos, con  $a \neq 0$ .
- La suma de sus dígitos es un múltiplo de 3.

Los números que cumplen con estas condiciones son:

1221 1551 1881 2112 2442 2772  
3003 3333 3663 3993 4224 4554  
4884 5115 5445 5775 6006 6336  
6666 6996 7227 7557 7887 8118  
8448 8778 9009 9339 9669 9999

Luego hay 30 números capicúa de cuatro cifras que son múltiplos de 3.

10. ¿Cuál es el menor número natural que es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 simultáneamente?

*Solución:* Este número es  $2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 7 \times 2 \times 3 = 2520$ .



Informes:

[olimpiadas.matematicas@uis.edu.co](mailto:olimpiadas.matematicas@uis.edu.co)

Tel.: 6344000 ext. 2316; 6450301.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

