Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
IX Olimpiadas Regionales de Matemáticas - Primaria
NIVEL AVANZADO: GRADO QUINTO.
SOLUCIONARIO.

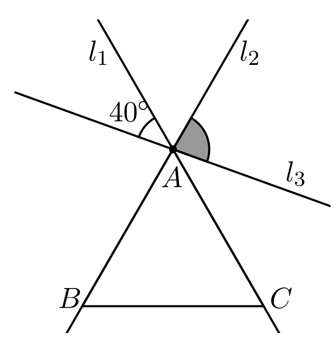
"Todo problema profana un misterio; a su vez, todo problema es profanado por la solución." -**Cioran.**

MARATÓN OLÍMPICA

¡Quédate en casa y prepárate para las Olimpiadas!

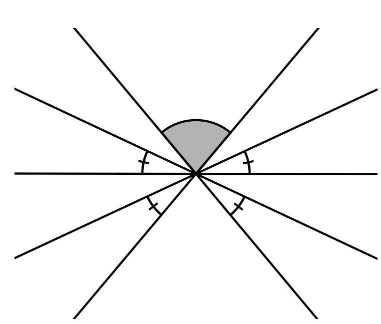
SOLUCIONARIO DEL RETO 3.

1. En la siguiente figura el triángulo ABC es equilátero, las rectas l_1 y l_2 son las prolongaciones de dos de sus lados y la recta l_3 también pasa por el vértice A. ¿Cuál es la medida del ángulo sombreado, si la medida del otro ángulo marcado es $40°$?



Solución: *Como el triángulo ABC es equilátero, entonces $\measuredangle BAC = 60°$, y note que el ángulo no marcado es opuesto al ángulo BAC, entonces mide $60°$ también, y como el ángulo sombreado + el ángulo no sombreado + $40°$=$180°$, entonces el ángulo que queremos hallar mide $180° - 40° - 60° = 80°$*

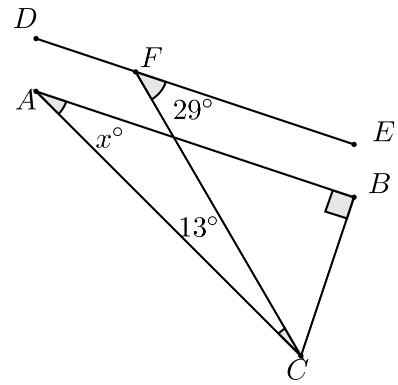
2. Halle la medida del ángulo sombreado en la siguiente figura, sabiendo que los demás ángulos marcados miden cada uno $25°$.



Solución: *Note que por la propiedad de ángulos opuestos por el vértice, todos los ángulo pequeños miden $25°$. Si sumamos todos la suma es $200°$, además en ángulo marcado es igual al no marco, ya que son opuestos por el vértice, así 2 veces el ángulo marcado $+200° = 360°$, y por lo tanto, el ángulo marcado es $(360° - 200°)/2 = 80°$*

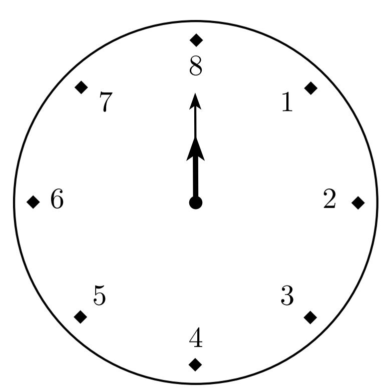
3. Si $\overline{DE}$ es paralelo a$\overline{AB}$, la medida del ángulo en la siguiente figura x es:

Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316; 6450301.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.



Solución: *Llamemos D, el punto de intersección del segmento FC con AB. Como DE y AB son paralelas y FC es un segmento que las corta, podemos garantizar que $\measuredangle CFE = \measuredangle CDB = 29°$, ahora como $180° = 29° + \measuredangle ADC$, con esto $\measuredangle ADC = 151°$, como $x + \measuredangle ADC + 13° = 180$, con esto se tendría que $x = 16°$*

4. Isabella compró un reloj de manecillas muy especial, ya que en lugar de contar hasta 12 horas solo contaba hasta 8, el minutero cambiaba de número cada 5 minutos y el horario cambiaba de número cada vez que el minutero pasaba por el número 8. Cuando Isabella compró el reloj marcaba la hora mostrada en la siguiente figura:

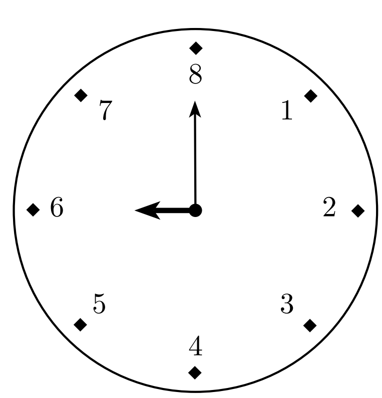


a) Haga un dibujo del reloj de Isabella cuando han pasado 4 horas.

b) Calcule la medida del ángulo menor que forman las mancillas del reloj de Isabella cuando han pasado 4 horas.

Solución:

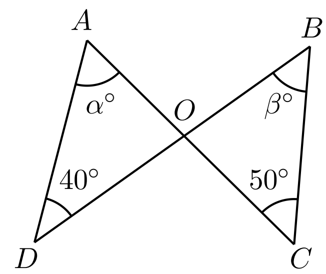
(a) *Se puede observar que una vuelta completa del minutero en el reloj especial realmente son 40 minutos; por lo tanto, para que el reloj especial marque una hora real, que son 60 minutos, hacen falta 20 minutos y esto corresponde a media vuelta de las manecillas del reloj especial. Así, por cada hora real, el minutero del reloj especial da una vuelta y media.*
De modo que en el reloj especial, luego de 4 horas reales, el minutero ha dado exactamente 6 vueltas, y por tanto, el horario se ha movido 6 números, pasando del 8 hasta el 6, como se muestra en la figura:



(b) *En la figura del ítem anterior se observa que las manecillas del reloj especial forman un ángulo $90°$ cuando han pasado 4 horas, desde el momento de la compra. En efecto, como la vuelta completa equivale a $360°$, entonces cada vez que el horario del reloj se mueve de un número a otro barre un ángulo de $\frac{360°}{8} = 45°$. Además, vimos que después de las 4 horas el minutero está en su posición inicial y el horario se ha movido 6 números, entonces este último a barrido un ángulo de $45° \times 6 = 270°$. Por lo tanto, la medida del ángulo menor que forman las manecillas del reloj en dicho momento es*

$$360° - 270° = 90°.$$

5. En la siguiente figura los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ se cortan en O. Si el triángulo BOC es isósceles en O, determine el valor de $\alpha + \beta$, considerando la información adicional dada en la gráfica.

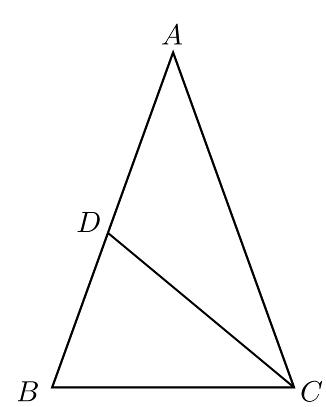


Solución: Dado que el triángulo BOC es isósceles en O, entonces $\measuredangle OBC = \measuredangle BCO = 50°$, esto es $\beta° = 50°$.
Por otra parte, sabemos que la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es $180°$, aplicando este resultado al triángulo BOC, se obtiene que $\measuredangle COB = 80°$.
Finalmente, observe que el ángulo AOD es opuesto por el vértice al ángulo COB, luego $\measuredangle AOD = 80°$. De modo que la medida del tercer ángulo interno del triángulo ADO está dada por

$$\alpha° = 180° - 40° - 80° = 60°.$$

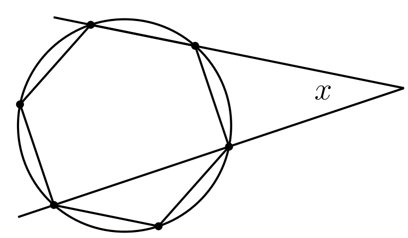
Por lo tanto, $\alpha° + \beta° = 60° + 50° = 110°$.

6. En la siguiente figura el triángulo BCD es isósceles en C, el ángulo BAC mide $40°$ y el ángulo DCA mide $30°$. Calcular la medida del ángulo DCB



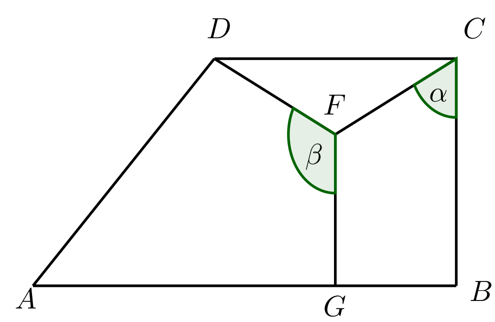
Solución: Como BCD es isósceles en C tenemos que, $\measuredangle BDC = \measuredangle CBD$. Con esto, $\measuredangle CDA = 180 - \measuredangle BDC$. Sabemos que la suma de los ángulos internos del triangulo CDA es: $30° + 40° + \measuredangle CDA = 180°$ por lo tanto $30° + 40° + 180 - \measuredangle BDC = 180°$, gracias a esto se tiene que $\measuredangle BDC = 70$, además $\measuredangle BDC = 70 = \measuredangle CBD$. Ahora, sabemos que la suma interna de los ángulos del triángulo BCD es igual a $\measuredangle BDC + \measuredangle CDB + \measuredangle DCB = 180$ por lo tanto, $70° + 70° + \measuredangle DCB = 180$ con lo cual se tiene que $\measuredangle DCB = 40$.

7. En la siguiente figura se muestra un hexágono regular. ¿Cuál es la medida del ángulo x?



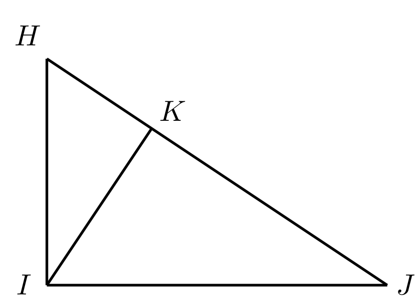
Solución: Como el hexágono es regular, cada ángulo mide $120°$, entonces el ángulo suplementario al triángulo al que pertenece el ángulo x mide $60°$ y el otro ángulo del mismo triangulo mide $90°$, por lo tanto $x = 30°$.

8. Si el ángulo $CFD = 110°$, $CF = FD$, CB y FG son perpendiculares a $\overline{AB}$, y $\overline{DC}$ es paralelo a $\overline{AB}$. Calcule el valor de α y β.



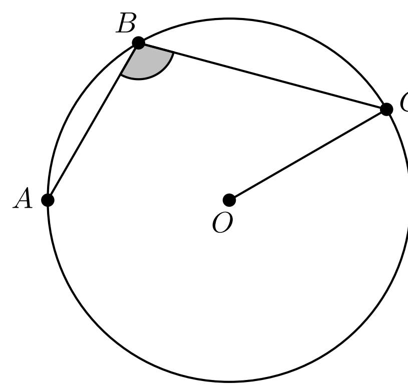
Solución: Como el triángulo CFD es isósceles en F, entonces $\measuredangle FDC = \measuredangle DCF = 35°$, y podemos calcular $\alpha = \measuredangle BCF = 90° - 35° = 55°$. Ahora, $\measuredangle BCF + \measuredangle CFG = 180°$ (la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es $360°$ y en este caso se conocen dos de $90°$ en el cuadrílatero $BCFG$), entonces $\measuredangle CFG = 180° - 55° = 125°$ y $\beta = CFG$.

9. El triángulo HIJ cumple que
$$\measuredangle HJI = 2\measuredangle IHJ = 3\measuredangle JIH.$$
Si $\overline{IK}$ es perpendicular a $\overline{HJ}$, calcule el valor del ángulo KIH

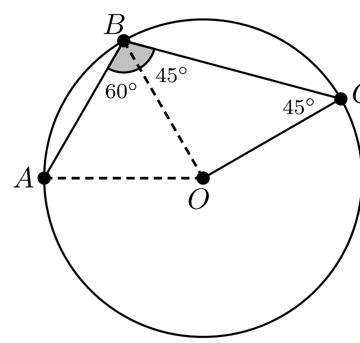


Solución: Podemos ver que el ángulo $HJI = 30°$, así el ángulo $JHI = 60°$ y como el ángulo $HKI = 90°$, entonces $KIH = 30°$.

10. Hallar la medida del ángulo sombreado en la siguiente figura, sabiendo que O es el centro del círculo, $AB = OC$ y el ángulo BCO mide $45°$.



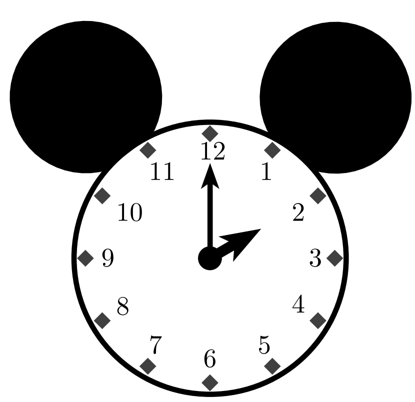
Solución: *Trazando los radios $\overline{OB}$ y $\overline{OA}$, como se muestra en la figura, se observa que el triángulo ABO es equilátero, por lo tanto el ángulo ABO mide $60°$; y también que el triángulo BOC es isósceles en O, luego $\measuredangle OBC = \measuredangle BCO = 45°$.*



Así, tenemos que $\measuredangle ABC = \measuredangle ABO + \measuredangle OBC = 60° + 45° = 105°$.

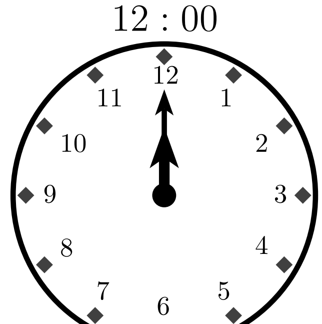
11. Ana tiene un reloj en su habitación como el que se muestra en la figura. ¿En cuál de las siguientes horas las manecillas del reloj forman un ángulo recto?

    (a) $12 : 00$
    (b) $9 : 30$
    (c) $6 : 00$
    (d) $3 : 00$

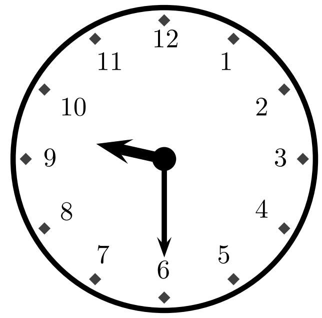


Solución: *En las siguientes figuras se ilustra el reloj con cada una de las horas que proponen las opciones de respuesta.*

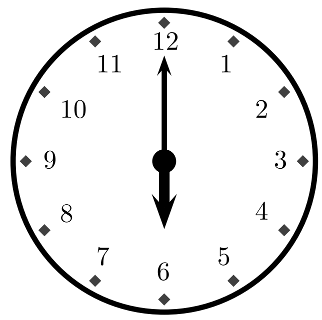
$12 : 00$



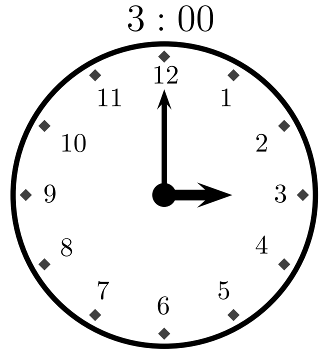
9 : 30



6 : 00

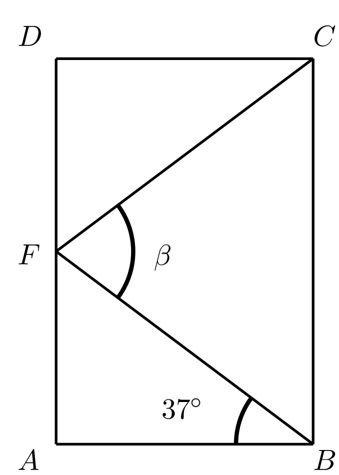


3 : 00



Esto permite concluir que las manecillas del reloj forman un ángulo recto a las $3:00$.

12. En la siguiente figura $ABCD$ es un rectángulo y el triángulo CFB es isósceles, con $FC = FB$. Si el ángulo FBA mide $37°$, ¿cuánto mide el ángulo β marcado en la figura?



Solución: *Dado que* $ABCD$ *es un rectángulo, entonces* $\measuredangle ABC = 90°$, *y como* $\measuredangle FBA = 37°$, *se tiene que* $\measuredangle AFB = 53°$, *pues la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es* $180°$. *Por otro lado, como el triángulo* BFC *es isósceles, con* $FC = FB$, *entonces* $\measuredangle FCB = \measuredangle CBF = 90° - 37° = 53°$, *luego* $\measuredangle DCF = 37°$ *y así,* $\measuredangle CFD = 53°$. *Finalmente, note que*

$$\beta = 180° - \measuredangle AFB - \measuredangle DCF = 180° - 53° - 53° = 74°.$$

Scan me

Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316; 6450301.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.