Seminario de Álgebra - Grupo ALCOM
Escuela de Matemáticas
Facultad de Ciencias

Semigrupo de Picard

Jhoan Sebastián Báez A.[a] [b] [c]

25/08/2015 - SALA LEZAMA, LL 301; 2:00 p.m

[a]Áreas de interés: **T**eoría de **G**rupos, **A**nillos & **M**ódulos

[b]Orientador - Prof. Hector E. Pinedo Tapia

[c]`E-m@il address: sebastianbaezzz@gmail.com`

Resumen:

Sea R un anillo conmutativo y M un R-módulo proyectivo finitamente generado (por brevedad p.f.g). Para $\mathfrak{p} \in Spec(R)$, $M_{\mathfrak{p}} = M \otimes_R R_{\mathfrak{p}}$ es un $R_{\mathfrak{p}}$-módulo libre, como R es conmutativo existe un único entero no negativo $n_{\mathfrak{p}}$ tal que $M_{\mathfrak{p}} \simeq R_{\mathfrak{p}}^{n_{\mathfrak{p}}}$ como $R_{\mathfrak{p}}$-módulos.

Llamamos a $n_{\mathfrak{p}}$ el *$\mathfrak{p}$-rango de M* y lo denotamos $\mathrm{rk}_{\mathfrak{p}}(M)$. Además, sea n un entero no negativo, llamamos a n *el rango de M* y lo escribimos $\mathrm{rk}(M) = n$ si y solo si $\mathrm{rk}_{\mathfrak{p}}(M) = n$ para todo $\mathfrak{p} \in Spec(R)$. Ahora, si P es un R-módulo p.f.g definimos:

$$[P] = \{Q \mid Q \simeq P \text{ como } R\text{-módulos}\}. \tag{1}$$

El *Grupo de Picard de R* $(\mathbf{Pic}(R), \cdot)$ es el conjunto de las clases de isomorfismos de R-módulos p.f.g de rango 1 y producto:

$$[P] \cdot [P^*] = [P \otimes P^*] = [R] \tag{2}$$

A partir de estos definiremos el *Semigrupo de Picard*. Para esto daremos algunas definiciones importantes y resultados entorno al trabajo con módulos proyectivos y rango de un módulo proyectivo.

Bibliografía

[1] M. F. Atiyah & I. G. Macdonald, *Introducción al álgebra Conmutativa*. Editorial Reverté (1980).

[2] F. DeMeyer & E. Ingraham, *Separable algebras over commutative rings*. Berlin: Springer-Verlag (1971).

[3] T. Y. Lam, *Lectures on Modules and Rings*. New York: Springer-Verlag (1999).

[4] A. Paques, *Teoría de Galois sobre anillos conmutativos*. Universidad de los Andes, Mérida (1999).