

Error 404: Fin del Mundo No Encontrado (Gracias a las Torres de Hanói)

¡SALVEMOS AL MUNDO!

«Cuenta la leyenda que en un templo sagrado, monjes mueven 64 discos de oro siguiendo reglas estrictas. Cuando terminen... ¡el mundo se acabará! Pero hoy, ustedes tienen una misión con 8 discos para entrenar.»

REGLAS DEL JUEGO (¡NO ROMPAN EL UNIVERSO!)

1. Solo puedes mover **un disco a la vez**.
2. **Nunca** pongas un disco grande sobre uno pequeño.
3. Objetivo: Llevar toda la torre de la **primera** a la **tercera** varilla.

ACTIVIDAD 1:

Reto en parejas:

- Resuelvan con **3 discos** en el menor tiempo posible.
- **Pregunta:** ¿Cuál es el **número mínimo de movimientos**?

CONCEPTOS CLAVE

- **Recursión:** Una **fórmula recursiva** define cada término en función de los anteriores.

Ejemplo: La Pirámide de Sumas Imagina que quieres sumar todos los números desde 1 hasta n (ej: $1 + 2 + 3 + 4$).

Solución recursiva:

$$\text{Suma}(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \quad (\text{Caso base}) \\ n + \text{Suma}(n - 1) & \text{si } n > 1 \quad (\text{Paso recursivo}) \end{cases}$$

¿Cómo funciona?

Para $n = 4$:

$$\begin{aligned} \text{Suma}(4) &= 4 + \text{Suma}(3) \\ &= 4 + (3 + \text{Suma}(2)) \\ &= 4 + (3 + (2 + \text{Suma}(1))) \\ &= 4 + 3 + 2 + 1 = 10 \end{aligned}$$

- **Progresión Geométrica** Una **progresión geométrica** es una sucesión donde cada término se obtiene multiplicando el anterior por una **razón constante** r .

Ejemplo: 2, 4, 8, 16, ... (razón $r = 2$).

Fórmula general: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$.

- **Sucesión Aritmética** Una **sucesión aritmética** es una sucesión donde cada término se obtiene sumando al anterior una **diferencia constante** d .

Ejemplo: 3, 7, 11, 15, ... (diferencia $d = 4$).

Fórmula general: $a_n = a_1 + (n - 1)d$.

ACTIVIDAD 2: DESCUBRIENDO EL PATRÓN

Completa la tabla con el **número mínimo de movimientos** para cada caso (usa tu juego físico):

Número de discos (n)	Movimientos mínimos (M(n))
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Qué estrategia usaste para completar la tabla?

PREGUNTAS PARA REFLEXIONAR

1. **Patrón:** ¿Qué operación aplicas a $M(n - 1)$ para obtener $M(n)$?
2. **Tipo de sucesión:**
 - ¿Es aritmética? **Justifica:** _____
 - ¿Es geométrica? **Justifica:** _____
3. **Fórmula recursiva:** Escribe la relación que encontraste:

$M(n) =$

4. **Fórmula cerrada:** Usa el patrón para encontrar una fórmula general sin recursión:

$M(n) =$

Pista: Calcula $M(3) = 2 \cdot M(2) + 1$, $M(4) = 2 \cdot M(3) + 1$, etc., y busca una relación con potencias de 2.

ACTIVIDAD 3: GENERALIZACIÓN MATEMÁTICA

Paso 1: Verifica tu fórmula. Calcula $M(5)$ y $M(6)$ con tu fórmula cerrada y compara con la tabla. ¿Coinciden? _____

Paso 2: Demostración.

1. Supón que $M(k) = 2^k - 1$ para $k = 1, 2, \dots, n - 1$.
2. Usando la recursión:

$$M(n) = 2 \cdot M(n - 1) + 1 = 2 \cdot (2^{n-1} - 1) + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. Simplifica la expresión: $M(n) = \underline{\hspace{2cm}}$.