



## INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son:

- Nivel Básico para los grados 6 y 7.
- Nivel Medio para los grados 8 y 9.
- Nivel Avanzado para los grados 10 y 11.

2. El examen consta de 9 preguntas, 6 de selección múltiple y 3 tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta de selección múltiple rellene el círculo de la opción escogida, si rellena más de un círculo en la misma pregunta dicha respuesta se considerará incorrecta. Para contestar una pregunta de tipo ensayo, escriba el procedimiento y la respuesta que usted considere es la del problema en los lugares indicados, si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.

3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto **NO** se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).

4. El examen se calificará de la siguiente manera: Por la presentación del examen: 6 puntos. Por cada respuesta correcta de selección múltiple: 4 puntos, por cada respuesta incorrecta de selección múltiple se resta un punto. Cada respuesta de los problemas tipo ensayo tendrá un valor máximo de 10 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.

5. El estudiante no está autorizado para hacer preguntas durante el examen.

6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

7. Los resultados de esta prueba serán publicados a partir del día 14 de octubre del presente año a través de nuestra página Web <http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas> y nuestra página oficial de Facebook.



Universidad Industrial de Santander  
olimpiadas@matematicas.uis.edu.co



Síguenos en Facebook:  
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS

# Prueba Selectiva Nivel Avanzado

8<sup>as</sup>

## Olimpiadas Regionales de Matemáticas Secundaria

$e^{i\pi} + 1 = 0$

$V - E + F = 2$

Leonhard Euler

Universidad Industrial de Santander

## PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1. Sean  $\sqrt{n}$ ,  $\sqrt[3]{n}$  y  $\sqrt[6]{n}$  términos consecutivos de una progresión geométrica. El siguiente término de la progresión es
- Nota:** Una **progresión geométrica** es una sucesión en la que cada término (salvo el primero  $a_1$ ) se obtiene multiplicando al anterior una cantidad fija  $r$  llamada **razón**. De modo que el término general es de la forma  $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ .

(a) 1                      (b)  $n$                       (c)  $\sqrt[9]{n}$                       (d)  $\sqrt[12]{n}$

2. Sea  $A$  un conjunto con  $n$  elementos. Si  $B$  es un subconjunto de  $A$  con  $k$  elementos, ¿cuántos subconjuntos de  $A$  intersectan a  $B$ ?

(a)  $2^n - 2^k$               (b)  $2^{2n-k}$               (c)  $2^{n-k}$               (d)  $2^n - 2^{n-k}$

3. Si en un triángulo un lado y su altura correspondiente son respectivamente congruentes a un lado y su altura correspondiente de otro triángulo, **NO** es correcto afirmar que

(a) si los triángulos tienen igual perímetro, son congruentes.  
 (b) los triángulos tienen igual área.  
 (c) si los triángulos son semejantes, son congruentes.  
 (d) si los triángulos son rectángulos, son congruentes.

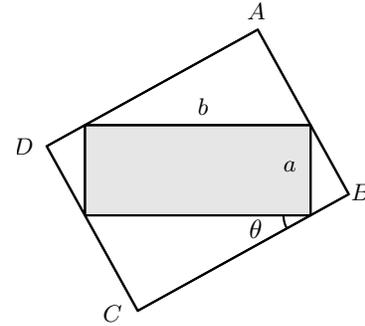
4. Sea  $f(x)$  una función polinomial tal que  $f(2) = 0$ ,  $f(0) = 3$  y  $f(-1) = -1$ . El residuo al dividir  $f(x)$  entre  $x(x-2)(x+1)$  es

(a)  $-\frac{11}{6}x^2 + \frac{13}{6}x + 3$   
 (b)  $-2x^2 + x$   
 (c)  $\frac{11}{6}x^2 + \frac{13}{6}x - 3$   
 (d)  $-x^2 + 2x$

5. Daniela tiene  $k$  vestidos de diferentes marcas, 3 azules, 2 rojos, 2 negros y el resto blancos. Ella quiere organizarlos en su armario, de tal manera que si dos vestidos son del mismo color, sean vecinos. Si en total puede organizarlos de 13824 formas distintas, ¿cuántos vestidos tiene Daniela?

(a) 8                      (b) 9                      (c) 11                      (d) 24

6. En la figura el rectángulo de ancho  $a$  y largo  $b$  está inscrito en el rectángulo  $ABCD$ .



Si  $\theta = 45^\circ$ , **NO** es correcto afirmar que

- (a) el área de  $ABCD$  es  $\frac{(a+b)^2}{2}$ .  
 (b)  $ABCD$  es un cuadrado.  
 (c) el perímetro de  $ABCD$  es  $\sqrt{2}(a+b)$ .  
 (d) la razón entre el perímetro del rectángulo  $ABCD$  y el rectángulo sombreado es  $\sqrt{2}$ .

## PROBLEMAS TIPO ENSAYO

7. Diego crea la secuencia (700, 708, 716, 724, ...) a la que agrega un nuevo término cada medio minuto. Camila crea la secuencia (1500, 1496, 1492, 1488, ...) a la que agrega un nuevo término cada 15 segundos. Si inician las secuencias al mismo tiempo, ¿en qué instante Diego escribe por primera vez un número que es mayor al doble del que escribe Camila?

8. Dada una  $n$ -tupla  $\mathbf{a}$  con componentes enteras positivas, se puede calcular  $S(\mathbf{a})$  y  $P(\mathbf{a})$  que son la suma y el producto de sus componentes, respectivamente. Por ejemplo, para la 5-tupla  $\mathbf{a} = (6, 2, 11, 3, 100)$  se tiene que  $S(\mathbf{a}) = 122$  y  $P(\mathbf{a}) = 39600$  ¿Cuántas  $n$ -tuplas  $\mathbf{a}$  cumplen que la razón entre  $P(\mathbf{a})$  y  $S(\mathbf{a})$  es  $\frac{2(n-1)!}{n+1}$ ?

9. Sean  $AND$  un triángulo rectángulo, recto en  $D$  tal que  $AD = \frac{72}{5}$  cm y  $AN = 24$  cm;  $M$  en  $\overline{AN}$  tal que  $AM = 2MN$ ;  $L$  en  $\overline{DN}$  tal que  $LM = 6$  cm y  $C_2$  una circunferencia tangente a  $\overline{AN}$  en  $M$ , con radio  $LM$ . Si  $P$  es el punto de reflexión de  $M$  con respecto a  $\overline{ND}$ , ¿cuál es el área del cuadrilátero  $MLPD$ ?