

Prueba Final del nivel Avanzado

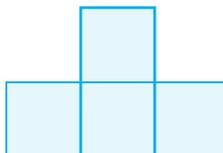
Grados: Décimo y undécimo

Pregunta 1

Puntúa como 5

PROBLEMA TIPO ENSAYO

Determine todos los enteros positivos p para los cuales se puede cubrir un tablero cuadrado de ajedrez de lado $2p$ cm, con p^2 fichas como la que se muestra en la siguiente figura:



Nota: cada cuadradito de la ficha tiene 1 cm de lado.

Answer area with a toolbar containing icons for text formatting (bold, italic, underline, strikethrough, link, unlink, list, indent, outdent, undo, redo) and a large text input area.

Tamaño máximo para archivos nuevos: 1GB

File upload area with a text input field, a file selection button, and a dashed box containing the text: "Puede arrastrar y soltar archivos aquí para añadirlos".

Pregunta 2

Puntúa como 5

PROBLEMA TIPO ENSAYO

El incírculo de un triángulo ABC tiene r cm de radio. Sea T el punto de tangencia del incírculo con el lado \overline{AB} . Si $AT = p$ cm y $TB = q$ cm, halle el perímetro del triángulo ABC , en términos de p, q y r .

Nota: el incírculo de un triángulo es tangente a sus tres lados.

Formulario de respuesta con una barra de herramientas superior que incluye un cuadro de selección, un cuadro de texto, un cuadro de lista desplegable, un cuadro de texto, y un cuadro de texto con guiones. El área principal es un espacio grande para escribir la respuesta.

Tamaño máximo para archivos nuevos: 1GB

Formulario de carga de archivos con un cuadro de selección, un cuadro de texto, y un cuadro de lista desplegable. El área principal es un espacio con un recuadro de puntos suspensivos que indica dónde arrastrar y soltar archivos.

Archivos

Puede arrastrar y soltar archivos aquí para añadirlos

Pregunta 3

Puntúa como 5

PROBLEMA TIPO ENSAYO

Para cada entero positivo n denotamos por $d(n)$ a la cantidad de divisores positivos de n . Así, por ejemplo $d(6) = 4$, pues los divisores positivos de 6 son: 1, 2, 3 y 6.

Sean a y b cuadrados perfectos mayores que 1 y primos relativos entres sí. Pruebe que si

$$d(a \times b) = d(a) + d(b) + d(c),$$

Para algún entero positivo c , entonces c debe ser un cuadrado perfecto.

Nota: Dos enteros son primos relativos si su máximo común divisor es 1.

Formulario de respuesta en ensayo con una barra de herramientas superior que incluye un cuadro de selección, un cuadro de texto, un cuadro de lista desplegable, un cuadro de lista, y un cuadro de texto con una barra de desplazamiento.

Tamaño máximo para archivos nuevos: 1GB

Formulario de archivos con un cuadro de selección, un cuadro de texto, un cuadro de lista desplegable, un cuadro de lista, y un área de arrastrar y soltar archivos.

Pregunta 4

Puntúa como 3

PROBLEMA DE RESPUESTA CORTA

Al expandir el polinomio $P(x) = (36x^2 + 50x + 14)^{2021}$ se obtiene una expresión de la forma $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4042}x^{4042}$. Sea I la suma de los coeficientes con subíndice impar, esto es $I = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{4041}$. Determine el número de cifras que tiene I .

Respuesta:

Pregunta 5

Puntúa como 3

PROBLEMA DE RESPUESTA CORTA

Sobre los lados \overline{BC} y \overline{CD} de un rectángulo $ABCD$ se marcan los puntos P y Q , respectivamente, de modo que $\angle APQ = 90^\circ$. Si $CD = 6 \text{ cm}$ y $CQ = 3QD$, determinar el valor numerico de $BP \times PC$.

Respuesta:

Pregunta 6

Puntúa como 3

PROBLEMA DE RESPUESTA CORTA

Una sucesión de números enteros es *radiactiva* si cada término, después del primero se obtiene al dividir el término anterior entre el menor de sus divisores primos. ¿Cuántas sucesiones *radiactivas* tienen su decimotercer término igual a 715?

Respuesta: