



## INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son: Nivel Básico (grado 6° y 7°), Nivel Medio (grado 8° y 9°), y Nivel Avanzado (grado 10° y 11°).
2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba el procedimiento que permita resolver el problema, así como su respectiva justificación. Si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 10 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no está autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

# Prueba Final Nivel Avanzado

90 | 2  
45 | 3  
15 | 3  
5 | 5  
90 = 2 × 3<sup>2</sup> × 5

126348 | 2  
63174 | 2  
31587 | 3  
70529 | 1

# IX

## OLIMPIADAS REGIONALES DE MATEMÁTICAS

SECUNDARIA UIS 2017

$$\text{mod}(a,b) = \frac{ab}{(\text{MCM}(a,b))}$$

"Todo número impar mayor que 5 puede expresarse como suma de 3 números primos"  
Christian Goldbach

8400 | 2  
4200 | 2  
2100 | 2  
1050 | 2  
525 | 3  
175 | 5  
35 | 7

7=2+2+3  
9=3+3+3  
11=3+3+5

13=3+3+7  
15=3+5+7  
2017=

8400 = 2<sup>3</sup> × 3 × 5<sup>2</sup> × 7

INSCRIPCIONES:  
22 DE MAYO A 11 DE AGOSTO  
PRUEBA CLASIFICATORIA:  
25 DE AGOSTO  
PRUEBA SELECTIVA:  
22 DE SEPTIEMBRE  
PRUEBA FINAL:  
28 OCTUBRE

Harald Helfgott



Universidad Industrial de Santander  
<http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas>  
[olimpiadas@matematicas.uis.edu.co](mailto:olimpiadas@matematicas.uis.edu.co)



Síguenos en Facebook:  
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS

## PRUEBA FINAL NIVEL AVANZADO

1. Se escriben los números naturales impares de la siguiente forma:

$\vdots$					$\dots$	
<b>Piso 5</b>				21	$\dots$	
<b>Piso 4</b>			13	<b>23</b>	$\dots$	
<b>Piso 3</b>		7	15	25	$\dots$	
<b>Piso 2</b>	3	9	17	27	$\dots$	
<b>Piso 1</b>	1	5	11	19	29	
	<b>Torre 1</b>	<b>Torre 2</b>	<b>Torre 3</b>	<b>Torre 4</b>	<b>Torre 5</b>	$\dots$

De esta representación decimos por ejemplo que 23 está localizado en la Torre 5 Piso 4.

- a) Determine la Torre y el Piso en que se ubica el número 2017.
- b) Halle la suma de los números que se encuentran en la Torre 2017.

2. Encuentre todas las parejas de enteros no negativos  $(x, y)$  tales que:

$$y^2(x + 1) = 70 + x^2.$$

3. Sean  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  segmentos de medidas 7 y 6 respectivamente. Se traza una semirecta que parte de  $B$  y no corta a  $\overline{AC}$  pero si a la semirecta que parte de  $A$  y pasa por  $B$ , en un punto  $E$ , de forma que  $AC = 2CE$ . Sea  $F$  un punto sobre  $\overline{BE}$  de forma que  $\overline{AF}$  biseca al ángulo  $CAB$  y  $\overline{AF} \perp \overline{BE}$ . Halle la longitud de  $\overline{BF}$  y  $\overline{FE}$ .

4. ¿Cuántas ternas pitagóricas están compuestas únicamente por números primos?

5. Halle todos los pares de enteros  $m, n$  que son solución de la ecuación

$$\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}} = m.$$

6. Dado un triángulo  $ABC$ . Sean  $D$  y  $E$  puntos de intersección de la bisectriz del ángulo  $A$  con el segmento  $BC$  y el circuncírculo del triángulo  $ABC$  respectivamente. Defina al punto  $F$ , como la intersección del circuncírculo de  $ABD$  con el segmento  $AC$ . Muestre que los triángulos  $BFE$  y  $BFC$  tienen la misma área.