INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son: Nivel Básico (grado 6° y 7°), Nivel Medio (grado 8° y 9°), y Nivel Avanzado (grado 10° y 11°).

2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba el procedimiento que permita resolver el problema, así como su respectiva justificación. Si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.

3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).

4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.

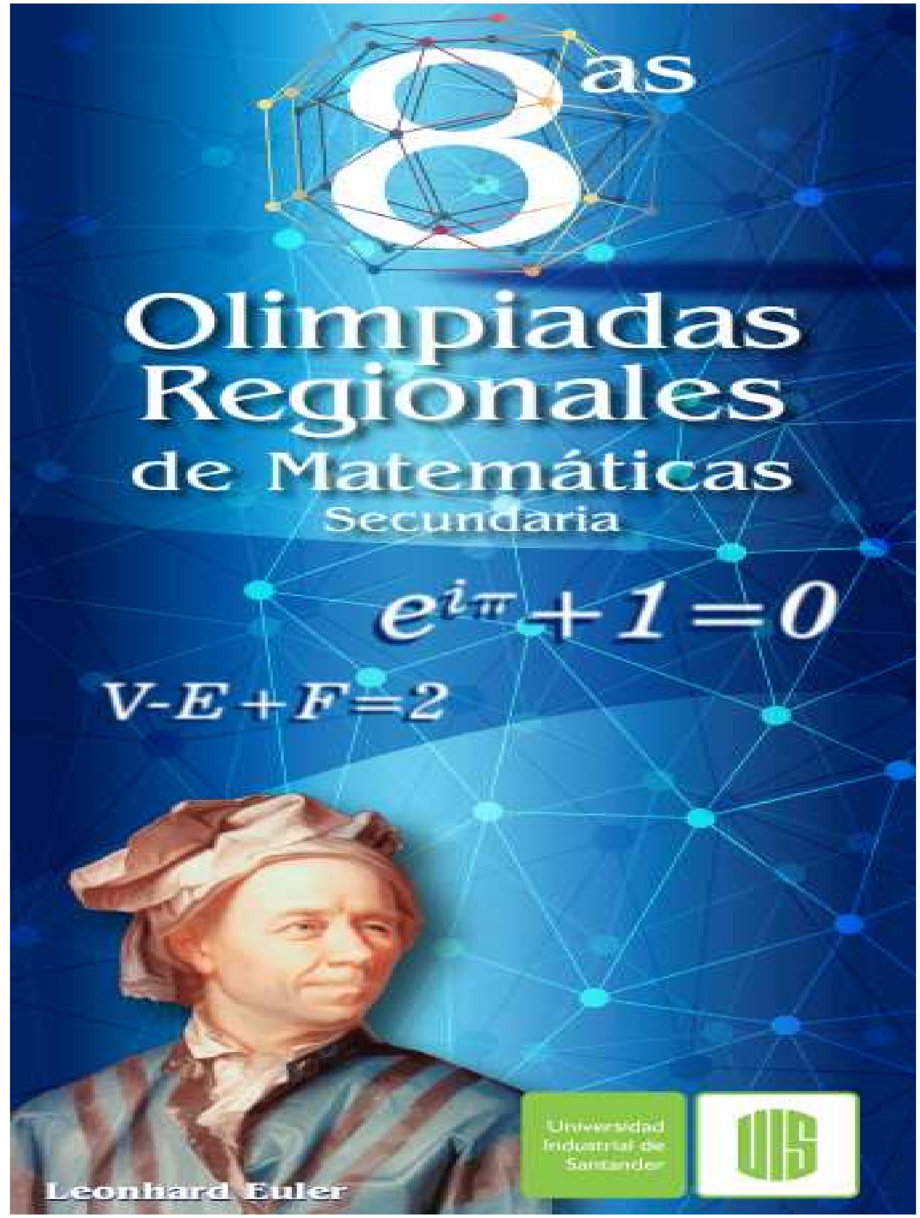
5. El estudiante no está autorizado para hacer preguntas durante el examen.

6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

Universidad Industrial de Santander
http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas
olimpiadas@matematicas.uis.edu.co

Síguenos en Facebook:
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS

Prueba Final
Nivel Avanzado



PRUEBA FINAL NIVEL AVANZADO

1. Para cada entero n, entre 1 y 2016, se define el conjunto $A_n = \{n, n+1, \ldots, 2016\}$ de todos los enteros desde n hasta 2016. ¿Cuál es el menor entero n para el cual no existe una partición de A_n con más de un subconjunto, tal que en cada subconjunto de la partición, haya al menos un número que es la suma de dos números en el subconjunto?

Nota: *Una* **partición** *de un conjunto A, es una familia de subconjuntos no vacíos de A, disyuntos dos a dos, cuya unión es A.*

2. El problema de Erdös–Pósa. Dada una colección de $n+1$ enteros positivos distintos menores o iguales que $2n$, pruebe que siempre es posible encontrar dos enteros primos relativos de la colección (dos enteros son llamados primos relativos si su máximo común divisor es 1). Diga por qué esta afirmación pueden no ser válida si la colección consiste únicamente de n enteros.

3. Sea $ABCD$ un rectángulo. Demuestre que si existen P y Q puntos sobre los lados $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$ respectivamente tales que $\measuredangle CPB = \measuredangle BPQ$ y $\measuredangle PQB = \measuredangle BQA$, entonces $ABCD$ es un cuadrado.

4. Demuestre que para la función $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \csc(x)$ no existe valor real x tal que $0 < f(x) < 2$.

5. Encuentre todas las parejas p, q de primos tales que $p+q$ y $p+9q$ son cuadrados perfectos.

6. Sean $ABCD$ y $AEFG$ cuadrados de lados l y $\dfrac{l}{3}$ respectivamente. Considere una circunferencia con centro en O que pasa por F y es tangente a los lados $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$. Halle el valor de r.