

Taller (Círculo Matemático)

Sistemas Dinámicos Discreto

Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas

Septiembre 30 de 2022

1. Consideremos las siguientes funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por:

(a) $f(x) = x^2$;

(b) $f(x) = 1 - x$.

En cada caso, calcular $\mathcal{O}_f(1)$, $\mathcal{O}_f(\frac{1}{2})$ y $\mathcal{O}_f(2)$. Trate de determinar $\mathcal{O}_f(a)$ para cualquier punto $a \in \mathbb{R}$.

2. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida para cada $x \in \mathbb{R}$ por:

$$f(x) = \begin{cases} 3x, & \text{si } x \leq \frac{1}{2}; \\ 3 - 3x, & \text{si } x \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Calcule las siguiente órbitas:

(a) $\mathcal{O}_f(\frac{3}{4}) = \{\frac{3}{4}\}$,

(b) $\mathcal{O}_f(\frac{3}{10}) = \{\frac{3}{10}\}$,

(c) $\mathcal{O}_f(-1) = \{-1\}$,

(d) $\mathcal{O}_f(\frac{1}{3}) = \{\frac{1}{3}\}$,

(e) $\mathcal{O}_f(\frac{1}{4}) = \{\frac{1}{4}\}$,

¿Puede describir $\mathcal{O}_f(a)$ para cualquier real a ?

3. Muestre un ejemplo de una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que tenga un punto a con periodo 3; esto es, tal que $\mathcal{O}_f(a) = \{a, f(a), f(f(a)), a, f(a), f(f(a)), a, \dots\}$. (Sugerencia: Use una representación gráfica de la función.)