Seminario de Álgebra - Grupo ALCOM
Escuela de Matemáticas
Facultad de Ciencias

El Grupo de Picard de un anillo conmutativo

Jhoan Sebastián Báez A.[a b c]

12/04/2016 - SALA LEZAMA, LL 301; 2:00 p.m

[a]Áreas de interés: **T**eoría de **G**rupos & **M**ódulos
[b]Orientador - Prof. Hector E. Pinedo Tapia
[c]`E-m@il address: sebastianbaezzz@gmail.com`

Resumen:

Sea R un anillo conmutativo y M un R-módulo proyectivo finitamente generado. Para $\mathfrak{p} \in Spec(R)$, $M_{\mathfrak{p}} = M \otimes_R R_{\mathfrak{p}}$ es un $R_{\mathfrak{p}}$-módulo libre finitamente generado, como R es conmutativo existe un único entero no negativo $n_{\mathfrak{p}}$ tal que $M_{\mathfrak{p}} \simeq R_{\mathfrak{p}}^{n_{\mathfrak{p}}}$ como $R_{\mathfrak{p}}$-módulos.

Definimos a $n_{\mathfrak{p}}$ como el $\mathfrak{p}$-*rango de* M y lo denotamos $\mathrm{rk}_{\mathfrak{p}}(M)$. Además, sea n entero no negativo, llamamos a n *el rango de* M y escribimos $\mathrm{rk}(M) = n$ si y solo si $\mathrm{rk}_{\mathfrak{p}}(M) = n$, para todo $\mathfrak{p} \in Spec(R)$. Ahora, sea:

$$[P] = \{Q |\ Q \simeq P \text{ como } R\text{-módulos}\}.$$

El *Grupo de Picard* de R, denotado por $\mathbf{Pic}(R)$ es el conjunto de las clases de isomorfismos de R-módulos proyectivos finitamente generados de rango 1 y producto:

$$[P] \cdot [Q] = [P \otimes_R Q]$$

A partir de esta definición, mostraremos algunos resultados obtenidos que son vitales en nuestra tesis de maestría, así como se darán algunos ejemplos importantes donde se evidencia la dificultad que hay para calcular el grupo de Picard $\mathbf{Pic}(R)$.

Bibliografía

[1] Atiyah M. F. y Macdonald I. G., *Introducción al álgebra Conmutativa*. Editorial Reverté, (1980).

[2] DeMeyer F. y Ingraham, E., *Separable algebras over commutative rings*. Springer-Verlag, (1971).

[3] Lam T. Y., *Lectures on Modules and Rings*. Springer, (1999).

[4] Paques A., *Teoría de Galois sobre anillos conmutativos*. Universidad de los Andes, Facultad de Ciencias, 1a ed. (1999).