Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
XI Olimpiadas Regionales de Matemáticas.
PRIMARIA-2022.

PRIMERA CAPACITACIÓN

NIVEL MEDIO

GRADO 4°

¡Prepárate para las Olimpiadas!

PROBLEMA 1.

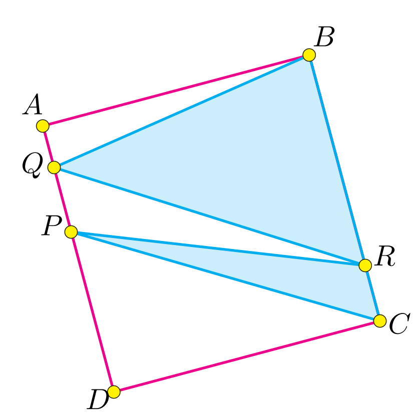
En una granja en la que hay 50 aves, se sabe que solo 13 aves tienen el plumaje blanco, y 32 son hembras. Si solo 5 hembras tienen el plumaje blanco, ¿cuántos machos no tienen el plumaje blanco?

PROBLEMA 2.

En la clase de educación física harán una prueba en la cancha rectangular $ABCD$ del colegio. Empieza Fabián, desplazándose en línea recta desde A hasta C, y se devuelve corriendo. Le sigue Sebastián, desplazándose en línea recta, desde A hasta C, luego desde C hasta D, y por último desde D hasta A. Fabián recorrió $26\,m$ y Sebastián $31\,m$. Si Jaime tiene que correr por todo el perímetro de la cancha hasta volver a su posición inicial, ¿cuántos metros recorrerá?

PROBLEMA 3.

En la siguiente figura, el perímetro del cuadrado $ABCD$ es $24\,cm$, el punto R está sobre $\overline{BC}$, y los puntos P y Q están sobre $\overline{AD}$. ¿Cuánto es la suma de las áreas de los triángulos coloreados en azul?



PROBLEMA 4.

El abuelo de Santiago compra boletos de rifas todos los días. Siempre escoge el número que corresponda a la suma de las cifras de la fecha del día, por ejemplo el 26 de agosto de 2021, $(26/08/2021)$ compra el número $21 = 2+6+0+8+2+0+2+1$. ¿Cuántas veces compró o comprará el número 12 durante el año 2021?

PROBLEMA 5.

Para cada número natural n se define $\boxed{n}$ de la siguiente manera: $\boxed{n} = n \times (2021 - n)$.
¿Cuál es el valor de la siguiente expresión?

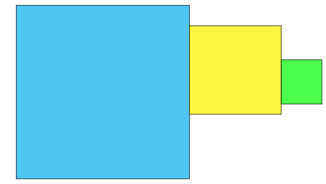
$$\boxed{1} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times \cdots \times \boxed{2021}$$

SCAN ME

Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

Problema 6.

En la siguiente figura, el área de cada cuadrado, salvo el más pequeño, es el cuádruple del que le sigue a la derecha. Si el área del cuadrado amarillo es $16\,cm^2$, ¿cuál es el perímetro de toda la figura?



Problema 7.

Una encuesta a 100 personas registraba si les gustaba el chocolate o las gomitas. De las personas encuestadas, $\frac{1}{5}$ dijo no gustarle ninguna de las dos opciones; 55 afirmaron que les gustaba el chocolate y 48 que les gustaban las gomitas. ¿A cuántas personas les gustaban ambas golosinas?

Problema 8.

En un banco, los clientes toman un ficho para ser atendidos, de esta manera van quedando enumerados desde el 1 y son atendidos según el orden de estos números, del menor al mayor. Cada vez que un cliente es atendido, debe sumar el número de su ficho al número que se encuentra en un tablero, borrar el número que estaba en el tablero y escribir el nuevo resultado. Al iniciar cierto día, estaba escrito un número impar en el tablero, si este día fueron atendidos todos los clientes que tomaron ficho, es correcto afirmar que en este día,

(a) si el ficho de un cliente era múltiplo de 2 pero no de 4, entonces este cliente escribió un número impar.

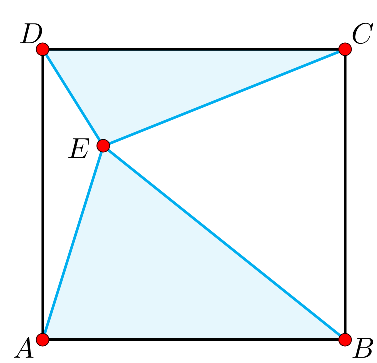
(b) solo los clientes que tenían un ficho múltiplo de 4 escribieron números impares en el tablero.

(c) la suma de los números escritos en tablero por los clientes con fichos 1002 y 2021 es par.

(d) todos los clientes con ficho par escribieron un número par en el tablero.

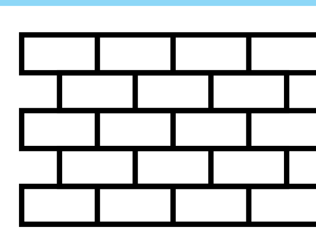
Problema 9.

El área del cuadrado $ABCD$ es $30\,cm^2$. La altura del triángulo ABE respecto a $\overline{AB}$ es el doble de la altura del triángulo ECD respecto a $\overline{CD}$. ¿Cuánto es el área del triángulo CDE en centímetros cuadrados?



Problema 10.

Hermes debe construir un muro con 18 bloques como se muestra en la figura. Para ello dispone de bloques de tres colores: amarillo, azul y rojo. Los bloques amarillos cuestan $\$900$, los azules $\$1000$ y los rojos $\$800$. Si desea que en el muro cada bloque tenga color diferente al de sus bloques vecinos,



(a) ¿de cuántas formas puede elegir los colores de cada bloque en el muro?

(b) ¿cuál es la mínima cantidad de dinero que necesita Hermes para comprar los bloques necesarios para la construcción del muro?

SCAN ME

Informes:

`olimpiadas.matematicas@uis.edu.co`

Tel.: 6344000 *ext.* 2316.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

@edumat.uis

Solucionario
Primera Capacitación
Nivel Medio
Grado 4°

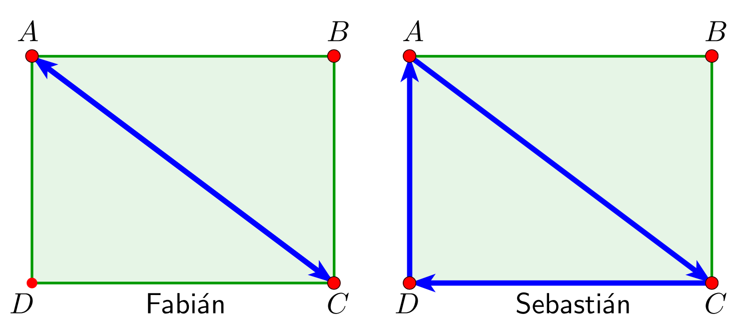
Solución Problema 1.

De las 50 aves, 32 son hembras, esto es $50 - 32 = 18$ son machos. Por otra parte, de las 50 aves, solo 13 tienen el plumaje blanco, y de estas solo 5 son hembras, por lo tanto hay $13 - 5 = 8$ machos con plumaje blanco. Por lo anterior, el número de machos que no tienen el plumaje blanco son $18 - 8 = 10$. El siguiente diagrama de Carroll permite visualizar toda la información.

	Blancos	No blancos	Total
Hembras	5	27	32
Machos	8	10	18
Total	13	37	50

Solución Problema 2.

Considere la siguiente ilustración de los recorridos de Fabián y Sebastián:



Por tratarse de un rectángulo, el perímetro de la cancha es 2 veces lo que recorrió Sebastián, menos 2 veces la diagonal $\overline{AC}$, esto es lo que recorrió Fabián. De modo que los metros que Jaime recorrerá son: $2 \times 31\,m - 26\,m = 36\,m$.

Otra Solución

En términos de segmentos, $AC = 13\,m$ y $AC + CD + AD = 31,m$. Luego, $\overline{CD} + \overline{AD} = 18\,m$. El perímetro de la cancha del colegio por ser un rectángulo es: $AB + BC + CD + AD = 2 \times (CD + AD) = 36\,m$. Por lo tanto, Jaime recorrerá $36\,m$.

Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

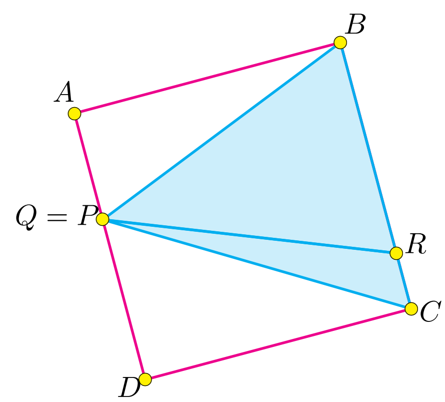
Solución Problema 3.

Dado que el perímetro del cuadrado es 24, entonces cada uno de sus lados mide $6\,cm$. Note que la altura de dichos triángulos, respecto a sus bases $\overline{BR}$ y $\overline{RC}$, es AB. Por lo tanto, la suma de las áreas de los triángulos es:

$$\frac{AB\times BR}{2}+\frac{AB\times RC}{2}=\frac{AB}{2}(BR+RC)=\frac{6\times 6}{2}=18\,cm^2.$$

Otra solución

Como no hay restricciones adicionales a que los triángulos no se sobrepongan, consideremos que P y Q son el mismo punto, luego ambos triángulos forman un triángulo de base $BC=6\,cm$ y altura $AB=6\,cm$, con un área de $18\,cm^2$, como se muestra en la figura:



Solución Problema 4.

Sea $ab/cd/2021$ una de las fechas cuyas cifras suma 12, esto es:

$$\begin{aligned} a+b+c+d+2+0+2+1&=12\\ a+b+c+d&=7. \end{aligned}$$

Veamos las posibilidades teniendo en cuenta que $1\le cd\le 12$ y $1\le ab\le 31$

c	d	$a+b$	a	b	Fecha
0	1	6	0	6	06/01/2021
			1	5	15/01/2021
			2	4	24/01/2021
0	2	5	0	5	05/02/2021
			1	4	14/02/2021
			2	3	23/02/2021
0	3	4	0	4	04/03/2021
			1	3	13/03/2021
			2	2	22/03/2021
			3	1	31/03/2021
0	4	3	0	3	03/04/2021
			1	2	12/04/2021
			2	1	21/04/2021
			3	0	30/04/2021
0	5	2	0	2	02/05/2021
			1	1	11/05/2021
			2	0	20/05/2021
0	6	1	0	1	01/06/2021
			1	0	10/06/2021

c	d	$a+b$	a	b	Fecha
1	0	6	0	6	06/10/2021
			1	5	15/10/2021
			2	4	24/10/2021
1	1	5	0	5	05/11/2021
			1	4	14/11/2021
			2	3	23/11/2021
1	2	4	0	4	04/12/2021
			1	3	13/12/2021
			2	2	22/12/2021
			3	1	31/12/2021

Solución Problema 5.

Note que $\boxed{2021}=2021\times(2021-2021)=2021\times 0=0$, luego

$$\boxed{1}\times\boxed{2}\times\boxed{3}\times\cdots\times\boxed{2021}=\boxed{1}\times\boxed{2}\times\boxed{3}\times\cdots\times 0=0.$$

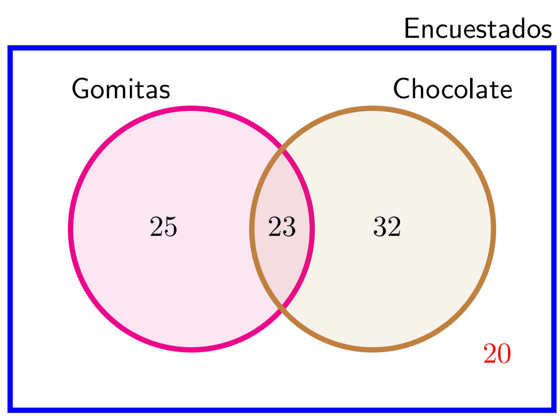
Solución Problema 6.

Dado que el área del cuadrado del medio es $16\,cm^2$, el área del cuadrado grande es $64\,cm^2$ y el área del pequeño es $4\,cm^2$. A partir de las áreas, el lado del cuadrado grande mide $8\,cm$, el del mediano, $4\,cm$; y el del pequeño $2\,cm$. Para hallar el perímetro de la figura, consideramos la suma de los perímetros de los cuadrados, y a esta le restamos dos veces el lado del cuadrado mediano, y dos veces el lado del cuadrado pequeño, pues estos lados corresponden al contacto entre los cuadrados. Por lo anterior, el perímetro de la figura es

$$4 \times 8 + 4 \times 4 + 4 \times 2 - 2 \times 4 - 2 \times 2 = 56 - 12 = 44\,cm.$$

Solución Problema 7.

Se nos dice que $\frac{1}{5}$ de los encuestados, esto es 20 personas, dijeron no gustarle ninguna de las dos opciones; por lo que las 80 restantes dijeron que les gustaba al menos una de las dos opciones. Llamemos x al número de personas que les gustaban ambas golosinas, $55 - x$ son las personas que solo les gustaba el chocolate y 48 son las que les gustaba las gomitas (sin necesariamente excluir el chocolate), así, $55 - x + 48 = 80$, entonces $x = 23$, es decir, a 23 personas les gustaban ambas golosinas. Lo anterior, se puede organizar en el siguiente diagrama de Venn:



SOLUCIÓN PROBLEMA 8.

Considere la siguiente tabla, en la que I indica que el número escrito en el tablero es Impar y P que es par. Tenga en cuenta que

- Par+Par=Par,
- Par+Impar=Impar,
- Impar+Impar=Impar.

Tablero	I	P	P	I	I	P	P	I	I	P	P
Ficho	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\cdots$
Nuevo Tablero	P	P	I	I	P	P	I	I	P	P	

Note que en la secuencia de la paridad de los números escritos por los clientes en el tablero se repite el bloque $PPII$ cada cuatro turnos. con esto en mente, analicemos la veracidad de cada opción de respuesta:

(a) Es FALSA, por ejemplo el cliente con el ficho 2 escribió un número par.

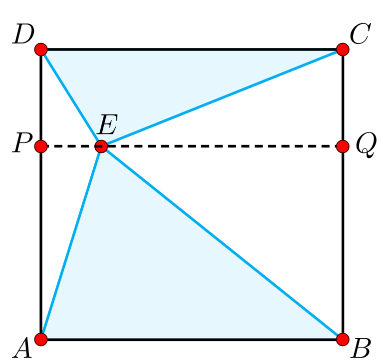
(b) Es FALSA, ya que no SOLO los que tenían ficho múltiplo de 4 escribieron números impartes, por ejemplo el cliente con el ficho 3 también escribió un número impar.

(c) Es VERDADERA, note que $1002 = 4 \times 250 + 2$ excede en 2 a un múltiplo de 4, luego el cliente con este ficho escribió un número PAR, además $2021 = 4 \times 505 + 1$, esto es un múltiplo de 4 más 1, luego el cliente con este ficho también escribió un número PAR en el tablero. Así la suma de los números escritos por estos dos clientes es $PAR + PAR = PAR$.

(d) Es FALSA, por ejemplo el cliente con el ficho 4 también escribió un número impar.

SOLUCIÓN PROBLEMA 9.

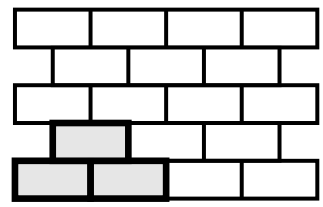
Consideremos el segmento $\overline{PQ}$ paralelo a $\overline{AB}$ que pasa por E, como se muestra a continuación:



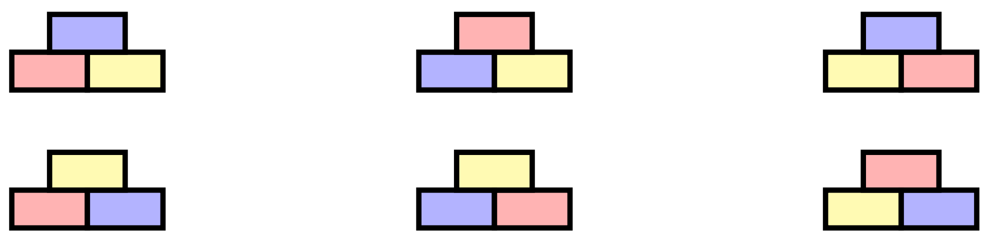
El cuadrado $ABCD$ queda dividido en dos rectángulos, $CDPQ$ de área $10\,cm^2$ y $ABQP$ de área $20\,cm^2$, estas áreas las conocemos pues el área de $ABCD$ es $30\,cm^2$ y el área de $ABQP$ es el doble del área de $CDPQ$ ya que la altura de ABE respecto a $\overline{AB}$ es el doble de la altura de ECD respecto a $\overline{CD}$. Finalmente, el área de ECD es la mitad del área de $CDPQ$ pues la altura de ECD respecto a $\overline{CD}$ es CQ, por lo tanto el área de ECD es $5\,cm^2$.

Solución Problema 10.

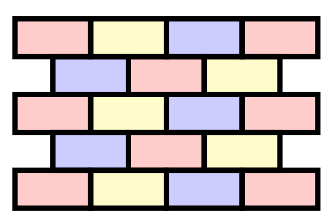
(a) Observe que, basta elegir el color de los ladrillos resaltados a continuación, pues una vez se eligen los colores de estos, inmediatamente quedan determinados los colores de los demás.



Ahora bien, teniendo solo los colores: amarillo, azul y rojo, los colores de los tres ladrillos resaltados se pueden elegir de 6 formas, así:



(b) Tomando una de las opciones anteriores para pintar todo el muro tenemos:



De este modo vemos que siempre quedarán 8 ladrillos de un color y 5 de cada uno de los otros dos colores. Pero sabemos que los ladrillos rojos son los más económicos, por o tanto, la mínima cantidad de dinero que necesita Hermes para comprar los bloques del muro es

$$800 \times 8 + 5 \times 1000 + 5 \times 900 = \$15{,}900.$$