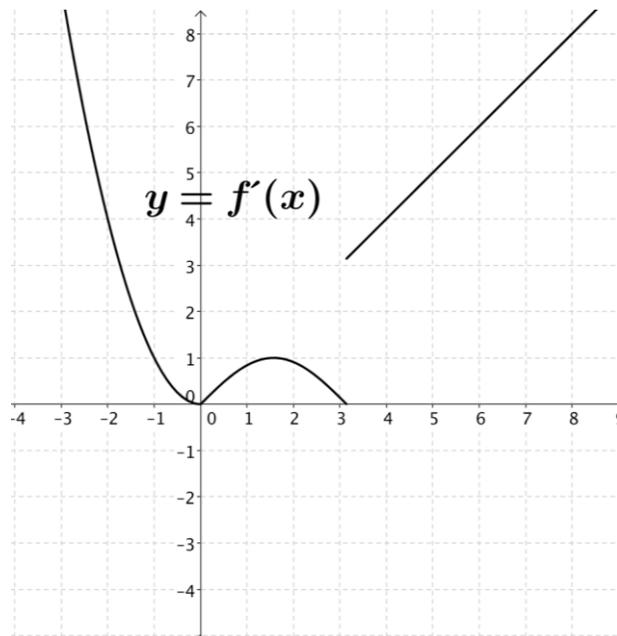


EXAMEN DE ADMISIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
COHORTE 2015

Lee atentamente cada una de las situaciones propuestas y elige mínimo tres problemas de cada área (Cálculo y Álgebra), incluyendo el último punto propuesto en cada una

Problemas Cálculo

- 1) A partir de un triángulo equilátero ABC , se construye el triángulo equilátero $A_1B_1C_1$ formado por los puntos medios de los lados del triángulo ABC , luego se construye el triángulo equilátero $A_2B_2C_2$, formado por los tres puntos medios del triángulo equilátero $A_1B_1C_1$, y se continua el proceso de la misma manera.
- ¿Este proceso llegará a su fin? **Explica tu respuesta.**
 - ¿Cuál será el área de la figura final? **Explica tu respuesta.**
 - Si sumas las áreas de los triángulos AB_1C_1 , $B_1A_1C_1$ y $C_1A_1B_1$ obtendrás $\frac{3}{4}$ del área del triángulo ABC , si ahora sumas las áreas de los triángulos $A_2B_1C_2$, $B_2A_1C_2$ y $C_2A_2B_2$ obtendrás $\frac{15}{16}$ del área del triángulo ABC . ¿Si seguimos realizando estas sumas obtendrás un valor? **Explica tu respuesta.**
- 2) Abajo aparece la gráfica de la derivada $f'(x)$ de una función continua $f(x)$. Si $f(0) = 1$, traza una gráfica de f . **Explica tu procedimiento.**



3) ¿Dónde es derivable la función $h(x) = |x - 1| + |x + 2|$? Proporciona una fórmula para h' .
Explica tu respuesta.

4) Sea $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es entero} \\ 0 & \text{si } x \text{ no es entero} \end{cases}$

a. ¿Existe $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$? **Explica tu respuesta.**

b. ¿Existe $\lim_{x \rightarrow 2.999} f(x)$? **Explica tu respuesta.**

c. ¿Para qué números a existe $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$? **Explica tu respuesta.**

5) (OBLIGATORIO) Un profesor realiza la siguiente propuesta para la enseñanza del tema de función lineal:

Que el alumno determine la representación algebraica del siguiente problema “La edad del padre de Juan es el doble de la edad de éste dentro de cinco años”

y = Edad del padre del Juan (Variable dependiente)

x = Edad de Juan (Variable independiente)

Modelo Algebraico $y = 2x + 5$ logrando que el alumno indique esto.

Estableciendo la representación algebraica del problema podemos asignarle a Juan una serie de edades de la siguiente forma. Si Juan no ha nacido ¿Cuál es la edad de su padre?

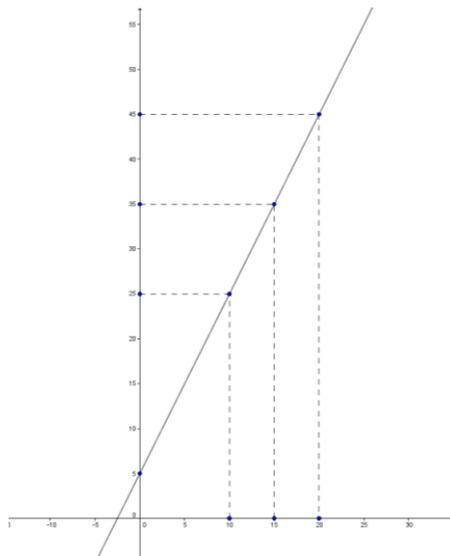
$$y = f(x)$$

$$f(x) = 2x + 5$$

$$f(0) = 2(0) + 5 = 5 \text{ años}$$

Así que para cuando Juan tiene 10, 15, 20 años ¿Cuál será la edad del padre?

Por medio de los ejemplos anteriores podemos obtener la siguiente gráfica:



¿Estás de acuerdo con esta propuesta? ¿Por qué sí? ¿Por qué no? **Justifica ampliamente tu respuesta.**

Problemas Álgebra Lineal

- 1) Sea $V = \{(x, y): x, y \in \mathbb{R}, x \geq 0\}$ Determina si V es un espacio vectorial.
- 2) Sea $V = \mathbb{R}^2$ determina si V es un espacio vectorial con la adición usual y la multiplicación por un escalar definida como $k(x, y) = (0, 0)$. Escribe la definición de Espacio Vectorial.
- 3) Sean $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x + y + z = 0\}$ y $V = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4: x = y; z = w\}$. Sea $T: U \rightarrow V$ una función tal que

$$T(-1, 1, 0) = (1, 1, 0, 0)$$

$$T(-1, 0, 1) = (0, 0, 1, 1)$$

¿Es T siempre una transformación lineal?

- 4) Considera la siguiente situación:

Supongamos que la Figura B es la imagen de la Figura A y contesta las siguientes preguntas:

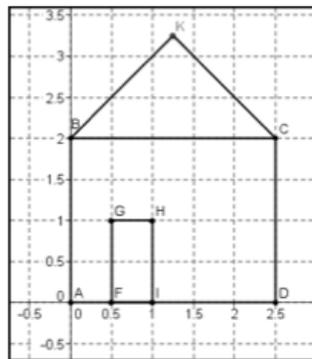


Figura A

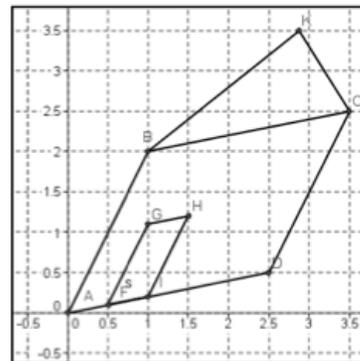


Figura B

- ¿Existe una transformación lineal que genere tal efecto?
 - Si tu respuesta es afirmativa encuentra dicha función y explica el proceso que realizaste para hallarla. En caso contrario justifica por qué dicha función no existe.
- 5) (OBLIGATORIO) Contesta las preguntas planteadas.
 - a. La situación planteada en el problema anterior fue analizada por un grupo de estudiantes universitarios. A continuación presentamos dos de los argumentos expuestos:

Aldo: “Sí existe una transformación lineal ya que todos los puntos están *movidos aparentemente bajo una rotación de un ángulo* y las rotaciones son transformaciones lineales”.

Ana: “Sí existe una transformación lineal,
 $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y) \rightarrow (x + A, y + B)$ donde $A, B \in \mathbb{R}$ ”

¿De qué manera discutirías con Aldo y Ana, de manera independiente, la solución de la situación? ¿Cuáles son los principales elementos conceptuales y didácticos que se ponen en juego en la situación?

- b. Encuentra una función que sea transformación lineal y una que no lo sea. Explica ampliamente tus respuestas.
- c. Escribe la definición de transformación lineal.