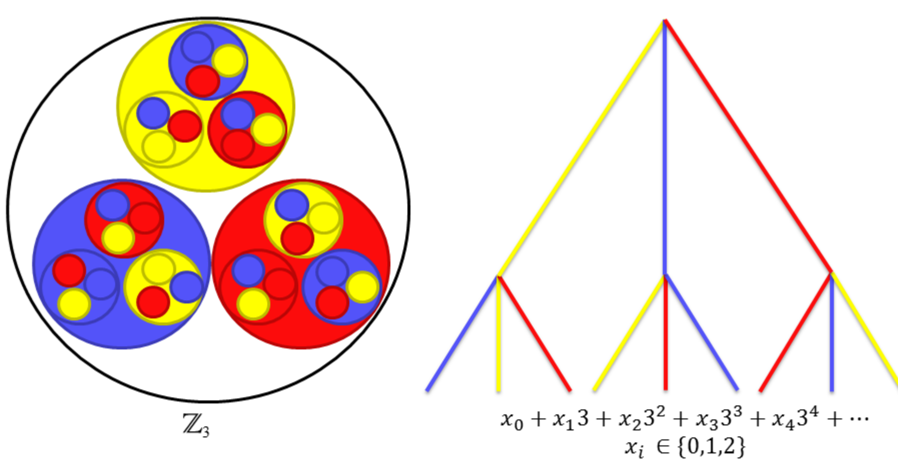
Álgebra y Combinatoria - ALCOM
Escuela de Matemáticas
Facultad de Ciencias

1^{er} Encuentro Nacional De Número p-Ádicos

Bajos del Complejo Camilo Torres - UIS



Estructura Fractal de $\mathbb{Z}_3$

Noviembre 10 - 11, 2022, Bucaramanga - SAN, Colombia

ISBN: 978-628-7549-10-4
Publicaciones Universidad Industrial de Santander: UIS (978-628-7549)
Bucaramanga (Colombia), Noviembre de 2022

Editores

Adriana Alexandra Albarracín Mantilla
Alexander Holguín Villa

Escuela de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Universidad Industrial de Santander
Noviembre de 2022

Comité Científico

Oscar Francisco Casas Sánchez (UPTC, Tunja)

John Jaime Rodríguez(UNAL, Bogotá)

Víctor Antonio Aguilar Arteaga (UAQ, Querétaro. México)

Comité Organizador

Adriana Alexandra Albarracín Mantilla (UIS, Bucaramanga)

Alexander Holguín Villa, (UIS, Bucaramanga)

Arnoldo Teherán Herrera (UIS, Bucaramanga)

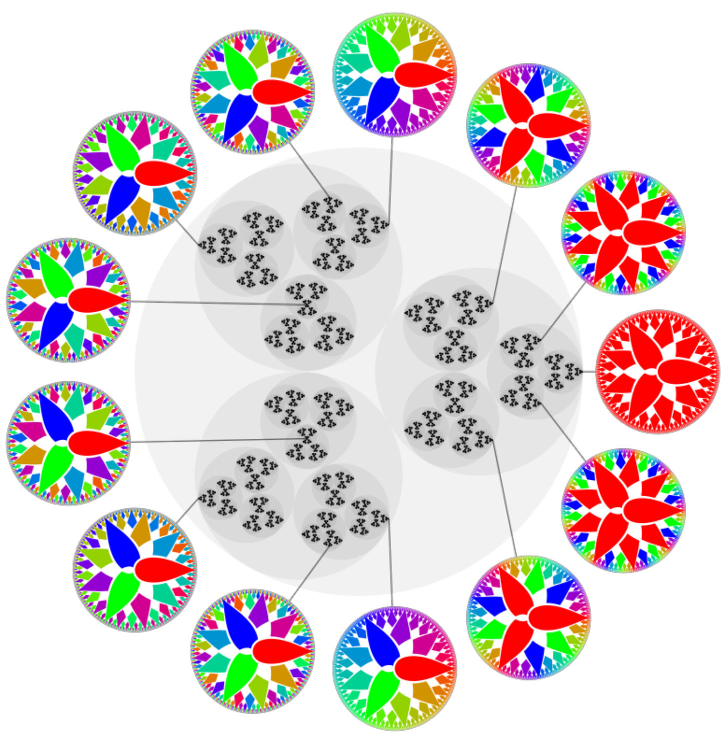
Grupo ALCOM (UIS, Bucaramanga)
http://matematicas.uis.edu.co/alcom

Primer Encuentro Nacional de Números $p-$ádicos

Presentación

"Los números $p-$ádicos juegan un papel muy importante en la teoría de los números, la geometría algebraica y la teoría de representaciones. En los últimos años han atraído la atención de científicos como una herramienta en el estudio de procesos físicos a nivel de la escala de Planck. Además, en la actualidad existe un enorme interés por el estudio de los sistemas dinámicos sobre los números $p-$ádicos."

El principal propósito del evento es fortalecer el estudio y la investigación relacionado con la teoría de números $p-$ádicos mediante la creación de un espacio nacional de divulgación del conocimiento en el análisis $p-$ádico y sus aplicaciones. El evento gira en torno de la teoría de los números $p-$ádicos y sus aplicaciones, dentro de las cuales estará la función zeta $p-$ádica, sumas exponenciales, operadores diferenciales en cuerpos no-locales, adeles, entre otros.



Objetivos

1. Dar a conocer los trabajos de grado realizados por los estudiantes participantes de las diferentes universidades del país, relacionados con la teoría de números $p-$ádicos.

2. Crear un espcio para la divulgación de los resultados de investigación obtenidos alrededor de la teoría de números $p-$ádicos y sus apliaciones.

3. Establecer relaciones académicas con los docentes-investigadores de las diferentes universidades del país, en la l'inea de la teoría de números $p-$ádicos y sus aplicaiones.

Resúmenes

Conferencia Inaugural

"Números $p-$ádicos, campos cuánticos euclidianos y máquinas profundas de Boltzmann"

Dr. Wilson Zúñiga-Galindo
wilson.zunigagalindo@utrgv.edu
Universidad de Texas Valle de Río Grande, USA

Resumen

Las redes neuronales profundas se han aplicado con éxito en muchas tareas. Existe consenso sobre la necesidad de desarrollar un marco teórico para comprender cómo funcionan las arquitecturas de aprendizaje profundo. Recientemente, los físicos han propuesto la existencia de una correspondencia entre las redes neuronales (NN) y las teorías cuánticas de campos (QFT), más precisamente con las QFT Euclidianas. El propósito de la charla es presentar los avances que hemos logrado en el desarrollo de estas ideas.

Palabras o frases claves: Teoría cuántica de campo $p-$ádicos, Redes neuronales, Máquinas de Boltzmann restringidas, Aprendizaje profundo.

Referencias

[1] B. A. Zambrano-Luna & W. A. Zúñiga-Galindo. *$p-$adic Cellular Neural Networks: Applications to Image Processing*, **https://doi.org/10.48550/arXiv.2210.14132**.

[2] W. A. Zúñiga-Galindo. *$p-$Adic Statistical Field Theory and Deep Belief Networks*, **https://doi.org/10.48550/arXiv.2207.13877**.

[3] W. A. Zúñiga-Galindo. *Non-Archimedean statistical field theory*, Reviews in Mathematical Physics, Vol. **34**, No. 08, 2250022 (2022). **https://doi.org/10.1142/S0129055X22500222**.

[4] B. A. Zambrano-Luna & Zúñiga-Galindo, W. A. *$p-$adic Cellular Neural Networks*, J Nonlinear Math Phys (2022). **https://doi.org/10.1007/s44198-022-00071-8**.

Cursillo

"Sistemas Dinámicos $p-$ádicos"

Dr. Oscar Francisco Casas-Sánchez
oscar.casas01@uptc.edu.co

Escuela de Matemáticas y Estadística
Universidad Pedagógica & Tecnológica de Colombia, Tunja - Colombia

Resumen

El objetivo del cursillo es dar una introducción a los sistemas dinámicos discretos sobre el cuerpo de los número $p-$ádicos, para esto el cursillo comenzará con una breve descripción de los números $p-$ádicos y se daran algunas definiciones relacionadas con los sistemas dinámicos. Luego se trabajará con la dinámica monomial discreta sobre el cuerpo de los números $p-$ádicos, $\mathbb{Q}_p$, generada por la función polinomial $f(x) = x^n$, para la cual encontraremos los puntos periódicos y determinaremos si son estacionarios, atractores o indiferentes.

Para la segunda sesión se determinará el número de ciclos del sistema dinámico, así como el total de ciclos. Finalizaremos el cursillo realizando el estudio del sistema dinámico generado por la función $g(x) = x^n + q(x)$, donde $q(x) = \sum_{j=0}^{N} q_j x^j$, $q_j \in \mathbb{Z}_p$, satisface:

$$\|q(x)\| := \max_j |q_j|_p \leq \frac{1}{p^{2k+1}}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Palabras o frases claves: Números $p-$ádicos, sistemas dinámicos, puntos periódicos, sistema dinámico perturbado.

Referencias

[1] A. Khrennikov & M. Nilson. *$P-$adic Deterministic and Random Dynamics*, Vol. **574**, Mathematics and Its Applications, Springer, Netherlands, (2004). https://doi.org/10.1007/978-1-4020-2660-7

Conferencias

"Introducción a los números $p-$ádicos"

Julián Andrés Garnica Cruz
Estudiante de Maestría julian2228072@correo.uis.edu.co

Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga - Colombia

Resumen

Sea p un número primo, se define la norma $p-$ádica sobre el conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$, como:

$$|x|_p = p^{-v_p(x)},\ x \in \mathbb{Q},$$

donde $v_p(x)$ es la potencia más grande de p que divide a x, es decir $x = p^{v_p(x)}\frac{a}{b}$, con $p \nmid ab$. Esta norma satisface:

$$|x+y|_p \leq \text{máx}\{|x|_p, |y|_p\},\ x, y \in \mathbb{Q}.$$

Se tiene que $\mathbb{Q}$ no es completo con respecto a esta norma, dicha completación es el campo de los números $p-$ádicos $\mathbb{Q}_p$. Se mostrarán las características que tiene un número $p-$ádico y algunas propiedas que se cumplen por la norma $p-$ádica.

Palabras o frases claves: Norma $p-$ádica, Números racionales, Números $p-$ádicos.

Referencias

[1] Katok. *$p-$adic Analysis compared with Real.* Student Mathematical Library Vol. **37**, American Mathematical Soc., (2007).

[2] Deyanira M. *Introdución a los números $p-$ádicos y análisis $p-$ádico.* Universidad Industrial de Santander, (2015).

[3] Julian G. *Función zeta local de Igusa y polígono de Newton.*. Universidad Industrial de Santander, (2021).

"Operadores no locales sobre los números $p-$ádicos"

Dra Jeanneth Galeano Peñaloza
jgaleanop@unal.edu.co

Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá - Colombia

Resumen

Este trabajo pretende mostrar algunas de las técnicas utilizadas cuando se trabaja con ecuaciones pseudo-diferenciales $p-$ádicas. Más precisamente, al estudiar el problema de Cauchy asociado a un operador pseudo-diferencial, éste se puede abordar de forma clásica, proponiendo una solución, diversas cotas para ella y verificando que en efecto, es una solución fundamental. De otra parte, la teoría de semigrupos evita muchos de los cálculos, pero se debe verificar el cumplimiento de ciertas condiciones para usar los teoremas correspondientes. Como ejemplo, exploramos el caso de los operadores pseudo-diferenciales asociados a formas cuadráticas elípticas sobre $\mathbb{Q}_p$.

Palabras o frases claves: Formas cuadráticas elípticas, Operadores no-locales, Operadores pseudo-diferenciales.

Referencias

[1] S. Albeverio, A. Yu. Khrennikov & V. M. Shelkovich. *Theory of $p-$adic Distributions: Linear and Nonlinear Models*, Cambridge University Press, London Mathematical Society, Lecture Note Series **370**, (2010). **www.cambridge.org/9780521148566**.

[2] O. F. Casas-Sánchez, L. F. Chacón-Cortés, J. Galeano-Peñaloza & J. J. Rodríguez-Vega. *Operadores no locales sobre los números $p-$ádicos.* Colección de Investigación UPTC No. **229**, (2022).

[3] A. Kochubei. *Pseudo-differential equations and stochastics over non-Archimedean fields*, Marcel Dekker, Inc., New York, (2001). **https://doi.org/10.1201/9780203908167**

[4] V. S. Vladimirov, I. V. Volovich & E. I. Zelenov. *$p-$adic analysis and mathematical physics*, World Scientific, Singapore, (1994). **https://doi.org/10.1142/1581**

"Una nota sobre la base de Kozyrev de wavelets $p-$ádicos"

Dr Edilberto Arroyo Ortíz
`edilberto.arroyo@unisucrevirtiual@edu.co`

Departamento de Matemáticas
Universidad de Sucre, Sincelejo - Colombia

Resumen

El campo de los números $p-$ádicos fue descubierto por el matemático alemán Kurt Hensel en 1897. La construcción del campo de números $p-$ádicos $\mathbb{Q}_p$ (con p un número primo fijo) es muy similar a la construcción del campo de números reales $\mathbb{R}$ a partir de $\mathbb{Q}$.

Para un primo fijo p y cualquier $x \in \mathbb{Q}$, $x \neq 0$, se tiene que $x = p^k \frac{a}{b}$, donde $p \nmid ab$. Se define el **valor absoluto $p-$ádico** de x como

$$|x|_p = \begin{cases} p^{-k}, & \text{si } x \neq 0, \\ 0, & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

Este valor absoluto es no arquimediano, debido a que satisface la desigualdad triangular fuerte, es decir $|x+y|_p \leq \text{máx}\,\{|x|_p, |y|_p\}$, para todo $x, y \in \mathbb{Q}$. A partir de aquí, el campo $\mathbb{Q}_p$ es la completación de los números racionales $\mathbb{Q}$ con respecto a un valor absoluto $p-$ádico $|\cdot|_p$, como consecuencia del valor absoluto $p-$ádico tenemos propiedades geométricas muy diferentes a las de $\mathbb{R}$, ver [1] y [4].

El propósito de la siguiente charla es hacer una breve introducción del análisis $p-$ádico y mostrar aplicaciones de modelos $p-$ádicos que describen fenómenos con una estructura jerárquica y conlcluir con la presentación de una base de wavelets $p-$ádica para espacios de tipo Sobolev que consiste de vectores propios de ciertos operadores pseudodiferenciales. Nuestro resultado extiende un conocido resultado debido a S. Kozyrev, ver [2] y [3].

Palabras o frases claves: Números $p-$ádicos, wavelets $p-$ádicos, espacios tipo Sobolev.

Referencias

[1] S. Albeverio, A. Yu. Khrennikov & V. M. Shelkovich. *Theory of $p-$adic Distributions: Linear and Nonlinear Models*, Cambridge University Press, London Mathematical Society, Lecture Note Series **370**, (2010). **www.cambridge.org/9780521148566**.

[2] E. Arroyo-Ortiz. *A* note on the $p-$adic Kozyrev wavelets basis, Revista Colombiana de Matemáticas, Vol. **55** No. 1, 1-12, (2021). https://doi.org/10.15446/recolma.v55n1.99095

[3] E. Arroyo-Ortiz & W. A Zuñiga-Galindo. *Construction of $p-$adic covariant quantum fields in the framework of white noise analysis*, Reports on Mathematical Physics, Vol. **84** No. 1, 1-34, (2019). https://doi.org/10.1016/S0034-4877(19)30066-7

[4] V. S. Vladimirov, I. V. Volovich & E. I. Zelenov. *$p-$adic analysis and mathematical physics*, World Scientific, Singapore, (1994). https://doi.org/10.1142/1581

"Espacios de Sobolev no-Arquimedianos"

Dr Anselmo Torresblanca Badillo
atorresblanca@uninorte.edu.co

Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Norte, Barranquilla - Colombia

Resumen

Los espacios de Sobolev, en el contexto Arquimediano, son estructuras matemáticas muy interesantes por derecho propio que han sido estudiados intensamente debido a sus múltiples aplicaciones en distintas ramas de la ciencia, como por ejemplo, la teoría de ecuaciones diferenciales parciales, la física matemática, etc. En las últimas décadas se ha despertado un interés por introducir espacios de Sobolev no-Arquimedianos.

En esta charla se presentaran ciertos tipos de espacios de Sobolev en el contexto $p-$ádico y se estudiarán algunas clases de operadores definidos en dichos espacios.

Palabras o frases claves: Números $p-$ádicos, Espacios de Sobolev, Teoría de Operadores.

Referencias

[1] J. J. Rodríguez-Vega & W. A. Zúñiga-Galindo. *Elliptic pseudodifferential equations and Sobolev spaces over $p-$adic fields*, Pacif. J. Math. **246**, 407-420, (2010). https://doi.org/10.2140/pjm.2010.246.407

[2] Y. C. Kim. *A simple proof of the $p-$adic version of the Sobolev embedding theorem*, Commun. Korean Math. Soc. **25** No. 1, 27-36, (2010). https://doi.org/10.4134/CKMS.2010.25.1.027

[3] A. Torresblanca-Badillo. *Non-archimedean pseudo-differential operators on Sobolev spaces related to negative definite functions, J. Pseudo-Differ. Oper. Appl.* 12, 7 (2021). https://doi.org/10.1007/s11868-021-00385-z

"Ecuaciones tipo Nagumo $p-$ádicas en espacios tipo Sobolev"

Carlos Alberto García Bibiano
cgarciabibiano@gmail.com

Instituto Politécnico Nacional
CINVESTAV, Santiago de Querétaro, Qro. - México

Resumen

Presentamos una nueva familia de ecuaciones de evolución no lineales $p-$ádicas. Establecemos el buen planteamiento local del problema de Cauchy para estas ecuaciones en espacios tipo Sobolev. Para una cierta subfamilia, mostramos que ocurre el fenómeno de explosión en un tiempo finito y proporcionamos simulaciones numéricas que muestran este fenómeno.

Palabras o frases claves: Análisis $p-$ádico, operadores pseudodiferenciales, espacios tipo Sobolev, fenómeno de explosión en un tiempo finito.

Referencias

[1] S. Albeverio, A. Yu. Khrennikov & V. M. Shelkovich V. M. *The Cauchy problems for evolutionary pseudo-differential equations over $p-$adic field and the wavelet theory*, J. Math. Anal. Appl. 375 No. 1, 82-98, (2011). https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2010.08.053

[2] T. Cazenave & A. Haraux. *An introduction to semilinear evolution equations*, Oxford University Press, (1998).

[3] L. F. Chacón-Cortés, I. Gutiérrez-García, A. Torresblanca-Badillo & A. Vargas. *Finite time blow-up for a $p-$adic nonlocal semilinear ultradiffusion equation*, J. Math. Anal. Appl. Vol. **494** No. 2, (2021). https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2020.124599

[4] L. F. Chacón-Cortés L. F. & W. A. Zúñiga-Galindo. *Non-local operators, non-Archimedean parabolic-type equations with variable coefficients and Markov processes*, Publ. Res. Inst. Math. Sci. 51 No. 2, 289–317, (2015). https://doi.org/10.4171/PRIMS/156

[5] L. F. Chacón-Cortés & W. A. Zúñiga-Galindo. *Nonlocal operators, parabolic-type equations, and ultrametric random walks*, J. Math. Phys. Vol. **54** No. 11, (2013). https://doi.org/10.1063/1.4828857

“Fórmulas explícitas: Riemann, Weil y Haran”

Dr. John Jaime Rodríguez
jjrodriguezv@unal.edu.co

Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá - Colombia

Resumen

La famosa fórmula explícita de Riemann

$$\sum_{n\leq x}\Lambda(n)=x-\sum_{\rho}\frac{x^{\rho}}{\rho}-\ln(2\pi)-\frac{1}{2}\ln(1-x^{2}),$$

establece una conexión entre ceros de la función zeta y números primos, entre sus consecuencias tenemos el teorema de los números primos $\pi(x)\sim x/\log x$.

Weil [1] reinterpretó la fórmula de Riemann en el lenguaje de las distribuciones, suavizando aclaramos las ideas, podemos considerar el caso de Riemann como la fórmula de Weil para una función de corte (no suave).

Posteriormente Haran [2] reinterpreta los factores locales de la fórmula explícita de Weil, para el caso de $\mathbb{Q}$, en términos del núcleo de Riesz (operador de diferenciación fraccionaria) del cuerpo $\mathbb{Q}_p$ y expresa la fórmula explícita “pegando” los operadores de diferenciación fraccionaria sobre $\mathbb{Q}_p$ en un operador de diferenciación sobre los ideles $\mathbb{A}^*$

$$\sum_{q\in\mathbb{Q}^*} \frac{\partial}{\partial s}\bigg|_{s=0} \Delta^s_{\mathbb{A}^*} f(q) = \sum_{\rho} \mathcal{M}(f)(\rho) - \mathcal{M}(f)(0) - \mathcal{M}(f)(1) \tag{1}$$

En la charla revisaré brevemente el caso de Riemann, Weil y Haran, adicionalmente mostraré resultados recientes [3] para el caso de una extensión cuadrática imaginaria de $\mathbb{Q}$.

Palabras o frases claves: Función zeta, números primos, factores locales, núcleo de Riesz, ideles.

Referencias

[1] A. Weil. *Sur les "formules explicites" de la théorie des nombres premiers*, Comm. Sém. Math. Univ. Lund **1952**, Tome Supplémentaire, 252-265, (1952). https://doi.org/10.1007/978-1-4757-1705-1-60

[2] S. Haran. *Riesz potentials and explicit sums in arithmetic*, Invent. Math. **101** No. 3, 697-703, (1990). https://doi.org/10.1007/BF01231521

[3] O. Casas & J. Rodríguez. *Explicit sums in a imaginary quadratic number field*, **Preprint**.

"Métodos Numéricos sobre los números $p-$ádicos"

Leonardo Chacón
leonardo.chacon@javeriana.edu.co

Departamento de Matemáticas
Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá - Colombia

Resumen

Cuando hacemos mediciones en el mundo real, por lo general obtenemos números racionales, y estas mediciones están gobernadas por el axioma arquimediano, es decir, si queremos medir una cantidad Y con una unidad de medida $X > 0$, existe $N \in \mathbb{N}$ tal que $NX > Y$ (precisión finita). Pero el principio de incertidumbre de Heisenberg limita la precisión hasta la escala de Planck. Esto motiva el estudio de los cuerpos de los números $p-$ádicos ($\mathbb{Q}_p$), donde no se cumple dicho axioma.

Esta charla se divide en dos partes, en la primera parte se introducen los números $p-$ádicos, su topología, el espacio de Bruhat-Schwartz, la transformada de Fourier, los operadores pseudo-diferenciales no locales, además se estudia el problema de Cauchy asociada a estos operadores, ver por ejemplo [1] y [2]. En la segunda parte se presentaran algunos métodos numéricos sobre los números $p-$ádicos, [3].

Palabras o frases claves: Números $p-$ádicos, Operadores no locales, Ecuaciones de ultra-difusión.

Referencias

[1] V. S. Vladimirov, I. V. Volovich & E. I. Zelenov. *$p-$adic analysis and mathematical physics*, World Scientific, Singapore, (1994). https://doi.org/10.1142/1581

[2] S. Albeverio, A. Yu. Khrennikov & V. M. Shelkovich. *Theory of $p-$adic Distributions: Linear and Nonlinear Models*, Cambridge University Press, London Mathematical Society, Lecture Note Series **370**, (2010). www.cambridge.org/9780521148566.

[3] L. F. Chacón-Cortés & Andrés Vargas. *Blow-up Phenomena for $p-$adic semi-linear Heat equations.* $p-$Adic Numbers, Ultrametric Analysis and Applications July 2017, Vol. **9**, Issue 3, pp 183-196. **https://doi.org/10.1134/S2070046617030025**

"Operadores de Toeplitz en el mundo $p-$ádico"

Breitner Ocampo & Pedro Hernandez
breitner.ocampo@udea.edu.co, pedro.hernandez@udea.edu.co

Instituto de Matemáticas
Universidad de Antioquia, Medellín - Colombia

Resumen

El objetivo principal de esta charla es presentar el trabajo exploratorio sobre la definición de operadores de Toeplitz en el contexto de los números $p-$ádicos. De manera muy laxa, el proceso de cuantización consiste en asignar operadores a funciones. Una de las asignaciones más famosas es la asignación de Weyl, esta es extendida de manera natural a los números $p-$ádicos para definir cuantización $-$pádica usando a los caracteres. En el mundo del análisis real, los operadores de Toeplitz juegan un papel importante en cuantización clásica, dado que los operadores de Toeplitz cumplen con la regla de Weyl, es entonces plausible la definición de operadores de Toeplitz $p-$ádicos que revelen información cuantizada de ciertas funciones.

Palabras o frases claves: Cuantización, $p-$ádicos, Toeplitz.

Referencias

[1] V. S. Vladimirov, I. V. Volovich & E. I. Zelenov. *$p-$adic analysis and mathematical physics*, World Scientific, Singapore, (1994). **https://doi.org/10.1142/1581**

[2] S.Haran. *Quantizations and symbolic calculus over the $p-$adic numbers*, Vol **43**, 997-1053, Annales de l'institut Fourier, Association des Annales de l'Institut Fourier, (1993). **https://doi.org/10.5802/aif.1363**

[3] G. J. Murphy. *C^* algebras and Operator Theory*, Academic Press, Inc. , Boston San Diego New York London , (1990).

[4] N. L. Vasilevski. *Commutative algebras of Toeplitz operators on the Bergman space*, Operator Theory: Advances and Applications, 185, Birkhäuser Verlag, Basel, (2008). **https://doi.org/10.1007/978-3-7643-8726-6**

"Funciones zeta locales, grafos y gases de Coulomb"

Víctor Manuel Burgos Guerrero
victor.burgos@cinvestav.mx

Departamento de Matemáticas,
CINVESTAV, Santiago de Querétaro, Qro. - México

Resumen

Presentaremos el estudio de gases log-Coulomb sobre grafos finitos simples confinados en subconjuntos acotados en un campo local. Las funciones de partición de estos gases pertenecen a una clase particular de funciones zeta locales multivariadas asociadas

a un grafo y a una función test positiva. Estas funciones zeta admiten una continuación meromorfa a todo el plano complejo m-dimensional, lo que implica la existencia de transiciones de fase a temperatura finita. Las funciones zeta locales multivariadas funcionan como regularizaciones de amplitudes de Koba-Nielsen, lo cual establece una conexión entre estas amplitudes y los gases log-Coulomb.

Palabras o frases claves: Funciones Zeta Locales, Grafos, Gases de Coulomb.

Referencias

[1] I. M. Gel'fand & G. E. Shilov. *Generalized Functions Vol* **1**. Academic Press, New York and London, (1977).

[2] M. Boccardo-Gaspar, W. Weys & W. A. Zúñiga-Galindo. *Meromorphic continuation of Koba-Nielsen string amplitudes,* JHEP 09, 138, (2020). **https://doi.org/10.1007/JHEP09(2020)138**

[3] J.-I. Igusa. *AMS/IP Studies in Advanced Mathematics. Vol. 14: An introduction to the theory of local zeta functions*, AMS Press, Providence U.S.A. (2000). **https://doi.org/10.1090/amsip/014**

[4] W. A. Zúñiga-Galindo, B. Zambrano-Luna & E. León-Cardenal. *Graphs, local zeta functions, log-Coulomb gases, and phase transitions at finite temperature,* J. Math. Phys. 63, 013506, (2022). **https://doi.org/10.1063/5.0070683**

[5] W. A. Zúñiga-Galindo & S. M. Torba. *"Non Archimedean Coulomb gases"*, J. Math. Phys. 61(1), 013504 (2020). **https://doi.org/10.1063/1.5127191**

"Detector de Lados usando $p-$adic CNN"

Brian A. Zambrano
brian.zambrano@cinvestav.mx

Departamento de Matemáticas,
CINVESTAV, Ciudad de México, CDMX - México

Resumen

El objetivo de esta charla es mostrar que las CNN $p-$ádicas, ver [1], pueden realizar cálculos utilizando datos reales y que el procesamiento se puede entender casi por completo. Presentamos un nuevo tipo de $p-$adic CNN para la detección de bordes de imágenes en escala grises. Es importante enfatizar que nuestro objetivo no es producir nuevas técnicas para el procesamiento de imágenes, sino usar estos problemas para verificar que las CNN $p-$adic puedan realizar cálculos relevantes.

Hemos usado algunas de las ideas presentadas en [2], pero nuestros resultados van en una dirección completamente nueva.

Esta charla se basa en un artículo que estamos terminando con el Dr. Wilson Zúñiga-Galindo.

Palabras o frases claves: Redes neuronales celulares, Jerarquías, Aprendizaje profundo, Números $p-$ádicos.

Referencias

[1] B. A.Zambrano-Luna & W. A. Zúñiga-Galindo. *p−adic Cellular Neural Networks*, J Nonlinear Math Phys, (2022). **https://doi.org/10.1007/s44198-022-00071-8**.

[2] L. O. Chua & T. Roska. *Cellular neural networks and visual computing: foundations and applications*, Cambridge university press, 2002. **https://doi.org/10.1017/CBO9780511754494**

"Análisis de Fourier en Adeles"

Víctor Antonio Aguilar Arteaga
victor.aguilara@uaq.mx

Facultad de Ingeniería
Universidad Autónoma de Querétaro, Qro. - México

Resumen

En esta charla se muestra que el anillo de adeles finito, $\mathbb{A}_f$, se puede obtener como una completación de los números racionales, $\mathbb{Q}$. Esto permite representar cualquier adele finito como una serie, generalizando la representación clásica de los números $p-$ádicos. Así, se obtiene una nueva perspectiva del análisis de Fourier en $\mathbb{A}_f$.

Palabras o frases claves: Anillo de adeles finito, Análisis de Fourier, Generalización.

Referencias

[1] V. A. Aguilar-Arteaga, M. Cruz-López & S. Estala-Arias *Non-Archimedean analysis and a wave-type pseudodifferential equation on finite adèles*, J. Pseudo-Differ. Oper. Appl. 11, 139–1181, (2022). **https://doi.org/10.1007/s11868-020-00343-1**.