



¡PREPÁRATE PARA LAS OMU! DESAFÍO SEMANAL 4

Apreciado estudiante:

A continuación, te presentamos tres retos en distintos niveles de dificultad. La idea es que entrenes a tu propio ritmo y elijas el nivel que mejor se adapte a tu preparación.

Te invitamos a resolverlos, probar diferentes estrategias y discutir tus ideas con compañeros y profesores. Lo importante no es solo encontrar la respuesta, sino también descubrir formas ingeniosas y bien fundamentadas de llegar a ella.

¡Acepta el desafío y sigue entrenando tu lógica y creatividad matemática!

NIVEL BÁSICO. El examen de Daniel

Daniel tiene un examen que consta de 10 preguntas numeradas del 1 al 10, de las cuales su profesor le pide que escoja solo 7. ¿De cuántas maneras puede Daniel hacer su examen si aquellas cuyo número es primo son obligatorias de hacer?

NIVEL MEDIO. ¿Cuántos unos?

En una lista se escriben los números naturales del 1 hasta el 1000. ¿Cuántas veces aparece el uno en dicha lista?

NIVEL AVANZADO. Números *IPI*

Llamemos número *IPI* a cualquier secuencia de tres cifras donde la primera y la tercera sean impares, y la del medio sea par. Además, todas las cifras de *IPI* deben ser distintas entre sí.

Un número se forma cumpliendo las siguientes condiciones:

- Contiene al menos una vez un número *IPI* en posiciones consecutivas.
- Las cifras de *IPI* no se repiten en el resto del número.

¿De cuántas maneras se puede escribir un número de **6 cifras** cumpliendo estas condiciones?

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 1229, 2316.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

@edumat.uis



SOLUCIONARIO

DESAFÍO SEMANAL 4

SOLUCIÓN NIVEL BÁSICO.

Los primos menores a 10 son 2, 3, 5 y 7, es decir, hay cuatro preguntas que Daniel debe responder de manera obligatoria. Ahora, para las tres preguntas restantes, tenemos seis opciones para escoger. Como no podemos responder una misma pregunta dos veces, y el orden en que se eligen es irrelevante, entonces se trata de una combinación sin repetición.

Se quiere extraer 3 elementos de un conjunto de 6, lo que es:

$$C_6^3 = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} = 20$$

Entonces Daniel puede hacer el examen de 20 maneras diferentes.

SOLUCIÓN NIVEL MEDIO.

Para establecer la cantidad de unos en la lista tenga en cuenta la siguiente tabla:


Rango	Cantidad de unos
Del 1 al 9	1
Del 10 al 19	11
Del 20 al 99	8
Del 100 al 109	11
Del 110 al 119	21
Del 120 al 199	88
Del 200 al 999	$20 \times 8 = 160$
1000	1
Total	301


Es decir, el uno aparece 301 veces.

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 1229, 2316.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

 @edumat.uis



SOLUCIÓN NIVEL AVANZADO.

Queremos contar cuántos números de 6 cifras contienen al menos una vez un subconjunto de dígitos de la forma IPI , donde:

- I es un dígito impar.
- P es un dígito par.
- Ninguno de los dígitos en IPI se repite.
- Las cifras restantes usan dígitos diferentes a los utilizados en IPI .

Los dígitos impares son $\{1, 3, 5, 7, 9\}$, por lo que hay 5 opciones para el primer I .

Los dígitos pares son $\{0, 2, 4, 6, 8\}$, por lo que hay 5 opciones para P .

Dado que los tres dígitos de IPI no pueden repetirse, el segundo I ahora lo podemos escoger de 4 maneras diferentes.

Así, las combinaciones posibles para IPI son:

$$5 \times 5 \times 4 = 100.$$

El patrón IPI debe aparecer al menos una vez. Note que hay 4 formas distintas de ubicarlo en el arreglo de longitud 6.

Dado que usamos 3 números para formar IPI , nos quedan 7 dígitos restantes para completar las 3 cifras restantes. Note que es posible repetir cifras siempre que no estén en IPI , por lo que hay 7^3 posibilidades.


Por el principio multiplicativo, el número total de formas de construir un número de 6 cifras que contenga un número IPI es:


$$100 \times 4 \times 7^3 = 137200.$$

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 1229, 2316.

 [Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.](#)

 [@edumat.uis](#)

