

TERCERA CAPACITACIÓN

NIVEL MEDIO

GRADO 4°

¡Prepárate para las Olimpiadas!

PROBLEMA 1.

¿Cuál es la suma de las cifras del mayor número natural de 3 cifras diferentes, tal que la suma de sus cifras es impar, pero el producto es un número par?

- (a) 23 (b) 24 (c) 25 (d) 27

PROBLEMA 2.

Los cinco hijos de doña Paulina tienen diferentes edades. ¿De cuántas maneras se pueden formar tres de sus hijos en una fila de menor a mayor?

PROBLEMA 3.

La rifa de la escuela tiene números entre 100 y 999. Si la mamá de Felipe, quiere comprar un número que tenga todas sus cifras impares, diferentes y que una de ellas sea 5, ¿cuántos números tienen estas condiciones?

- (a) 12 (b) 25 (c) 45 (d) 36

PROBLEMA 4.

En la enumeración de los atletas de una maratón se usaron 171 unos. Si la enumeración inicia en 1, ¿cuántos atletas había en la maratón?

PROBLEMA 5.

Llamaremos manos a las 8 extremidades de un pulpo. ¿De cuántas formas se pueden dar las manos dos pulpos, si entre ellos no quedan manos libres y demás un pulpo no se da la mano a sí mismo?

PROBLEMA 6.

José, Juan y Daniel entrenan en la misma escuela de fútbol. Daniel entrena cada 2 días, Juan cada 3 días y José cada 4 días. Si hoy están todos entrenando, ¿cuántos días pasarán hasta la próxima vez que se encuentren en entrenamiento?

- (a) 6 (b) 12 (c) 18 (d) 24

PROBLEMA 7.

La Reina de Corazones compró una caja de dulces con los siguientes sabores: limón, fresa, coco, piña, cereza, mora y sandía. En la caja vienen dulces de un sabor, de dos sabores y hasta de tres sabores combinados. Sabiendo que de todos los sabores y combinaciones viene la misma cantidad, ¿qué fracción del total de dulces de la caja no tiene sabor a coco, ni a piña combinado con mora?



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

 @edumat.uis



SOLUCIONARIO

TERCERA CAPACITACIÓN

NIVEL MEDIO

GRADO 4°

SOLUCIÓN PROBLEMA 1.

Como el número es de tres cifras, la suma de ellas es impar y el producto par, entonces dos de las cifras deben ser pares y una impar. Para conseguir el mayor número con estas condiciones, seleccionamos el mayor dígito posible para la cifra de las centenas, es decir el 9, en seguida ubicamos el 8 en la cifra de las decenas, y finalmente, el 6 en la cifra de las unidades, formando así el número 986, cuya suma de sus cifras es $9 + 8 + 6 = 23$.

SOLUCIÓN PROBLEMA 2.

Supongamos que los hijos de doña Paulina son (1), (2), (3), (4), (5) en el respectivo orden de menor a mayor. Entonces las posibles maneras de formar a tres de ellos en una fila, de menor a mayor, son 10 en total, a saber:

- (1) - (2) - (3),
- (1) - (3) - (5),
- (2) - (4) - (5),
- (1) - (2) - (4),
- (1) - (4) - (5),
- (3) - (4) - (5).
- (1) - (2) - (5),
- (2) - (3) - (4),
- (1) - (3) - (4),
- (2) - (3) - (5),

SOLUCIÓN PROBLEMA 3.

Solución 1: Los dígitos impares son {1, 3, 5, 7, 9}. Dado que el número debe estar entre 100 y 999, entonces este tiene tres cifras. Además una de las cifras debe ser el 5, luego tenemos los siguientes casos:

5		
---	--	--

 Si la primera cifra es el 5, entonces la segunda solo se puede escoger de 4 formas: 1, 3, 7, 9; ya que no se pueden repetir cifras, y por cada una de estas cuatro formas, la tercera cifra se podrá escoger de 3 formas, pues ya se usaron dos dígitos impares en las cifras anteriores. Luego para este caso se tienen $4 \times 3 = 12$ posibles números que cumplen las condiciones del enunciado.

	5	
--	---	--

 Si la segunda cifra es el 5, por analogía al caso anterior, se tienen 12 números posibles.

		5
--	--	---

 Si la tercera cifra es el 5, también se tienen 12 números posibles.

De modo que el total de números que cumplen las condiciones es $12 \times 3 = 36$.

Solución 2: La cantidad de números de tres cifras, todas impares y diferentes entre sí, es $5 \times 4 \times 3 = 60$. De estos, los que no tienen al 5 entre sus cifras son $4 \times 3 \times 2 = 24$. Por lo tanto, la cantidad de números entre 100 y 999 que tienen todas sus cifras impares, diferentes, y una de ellas es el 5, está dada por $60 - 24 = 36$.



SCAN ME

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

@edumat.uis



SOLUCIÓN PROBLEMA 4.

En la enumeración del 1 al 9 solamente se usa 1 uno; del 10 al 19 se usan 11 unos; del 20 al 99 se usan 8 unos; hasta aquí van 20 unos. Ahora, note que los números del 100 al 199 son los mismos números que hay del 1 al 99 agregando un 10 o un 1 a cada uno de ellos, por lo tanto del 100 al 199 se usan $100 + 20 = 120$ unos. Del mismo modo, tenemos que del 200 al 299 hay 20 unos. Así, desde el 1 hasta el 299 se usaron 160 unos. Pero en la enumeración de los atletas se usaron 171 unos, es decir falta 11 unos; luego en la maratón habían 318 atletas.

Numeración	Cantidad de unos
del 1 al 9	1
del 10 al 19	11
del 20 al 99	8
del 100 al 199	120
del 200 al 299	20
del 300 al 309	1
del 300 al 318	10
del 1 al 318	171

SOLUCIÓN PROBLEMA 5.

Dejando fijas las manos del pulpo *A*, contaremos de cuántas formas podemos unir las con las del pulpo *B*. Inicialmente, la mano ① del pulpo *A*, la podemos unir con cualquiera de las 8 manos del pulpo *B*; luego, la mano ② del pulpo *A*, solo se puede unir con 7 de las manos del pulpo *B*, pues ya se ocupó una mano del pulpo *B* con la primera mano del pulpo *A*. Análogamente, tenemos que la mano ③ del pulpo *A* se puede unir a 6 de las manos del pulpo *B*, y así sucesivamente hasta que la mano ⑧ del pulpo *A* se puede unir a solo 1 de las manos del pulpo *B*, precisamente, la última que queda libre.

Manos del pulpo <i>A</i>	Opciones
①	8
②	7
③	6
④	5
⑤	4
⑥	3
⑦	2
⑧	1

Con lo anterior, por el principio multiplicativo, tenemos que en total los dos pulpos se pueden dar las manos de $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40.320$ formas diferentes.

SOLUCIÓN PROBLEMA 6.

El mínimo común múltiplo de 2, 3 y 4 es 12, entonces José, Juan y Daniel se reencuentran en el entrenamiento a los 12 días.



SCAN ME

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

 @edumat.uis



SOLUCIÓN PROBLEMA 7.

Dado que en la caja viene la misma cantidad de dulces de cada presentación, asumiremos que viene uno de cada uno para hacer nuestro análisis. Primero contemos las posibles combinaciones de sabores que trae la caja. De un solo sabor hay 7 opciones, de solo dos sabores hay 21 opciones y de tres sabores hay 35 opciones. En total hay $7 + 21 + 35 = 63$ versiones diferentes de dulces.

Ahora contemos las opciones que tienen sabor a coco, o piña combinado con mora. Estas son: de un sabor solo hay 1 opción (coco), de las opciones de dos sabores, 6 tienen sabor a coco y 1 piña con mora, y de las opciones con tres sabores, $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ tienen coco y 5 tienen piña combinado con mora, pero de estas últimas, 1 tiene coco y ya la habíamos contado, luego en total $1 + 6 + 1 + 15 + 4 = 27$ opciones tienen coco, o piña combinado con mora.

	coco	piña con mora (sin coco)
1 sabor	1	0
2 sabores	6	1
3 sabores	15	4

Luego $63 - 27 = 36$ opciones no tienen coco o piña combinado con mora.

Finalmente, dado que de todas las opciones viene la misma cantidad de dulces en la caja, entonces la fracción del total de dulces de la caja que no tiene sabor a coco, ni a piña combinado con mora es $\frac{36}{63} = \frac{4}{7}$.



SCAN ME

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

 *Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.*

 *@edumat.uis*

