Universidad Industrial de Santander

Tercera Capacitación

Olimpiadas Regionales de Matemáticas-Primaria

Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander
Grupo Edumat

Bucaramanga, agosto19 de 2022

Scan me

Informes:
`olimpiadas.matematicas@uis.edu.co`
Tel.: 6344000 *ext.* 2316; 6450301.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Teoría de conteo

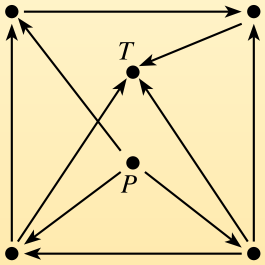
1. Jorge abrió su alcancía y contó 30 monedas de 1.000. ¿De cuántas formas distintas las puede agrupar en montones de igual cantidad de monedas?

(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 8

Si se tienen 30 monedas de 1000, la cantidad de formas distintas en las que se pueden agrupar las monedas (en montones iguales), coincide con la cantidad de divisores que tiene el número 30, los cuales son 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30; en total hay 8 formas de agrupar las monedas.

2.

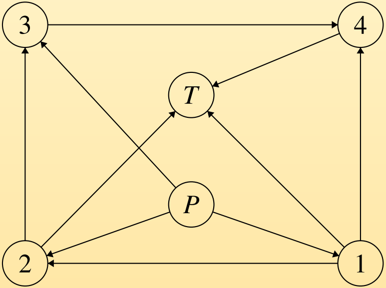
El siguiente mapa muestra los caminos por los cuales puede desplazarse una persona que está en el punto P para llegar a un tesoro escondido en el punto T. ¿De cuántas formas puede llegar la persona al tesoro, desplazándose como le indican las flechas en el mapa?



(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel Básico

En la siguiente figura se han enumerado los puntos del mapa para facilitar el conteo de los caminos.



Observe que los caminos posibles para ir desde P hasta T siguiendo la dirección de las flechas son en total 7, a saber:

- P$\longrightarrow$ 1$\longrightarrow$ T
- P$\longrightarrow$ 1$\longrightarrow$ 2$\longrightarrow$ T
- P$\longrightarrow$ 1$\longrightarrow$ 2$\longrightarrow$ 3$\longrightarrow$ 4$\longrightarrow$ T
- P$\longrightarrow$ 1$\longrightarrow$ 4$\longrightarrow$ T
- P$\longrightarrow$ 2$\longrightarrow$ T
- P$\longrightarrow$ 2$\longrightarrow$ 3$\longrightarrow$ 4$\longrightarrow$ T
- P$\longrightarrow$ 3$\longrightarrow$ 4$\longrightarrow$ T

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Combinatoria

3. Samuel le pregunta a Paula cuál es su edad, y ella le dice que es alguno de los siguientes números: 14, 16, 17, o 19. Además le dice que su edad coincide con la suma de las edades de sus hermanos que son menores de 10 años y que la edad de uno de sus hermanos es par y la del otro es impar. ¿Cuál es la edad de Paula?

(a) 14 (b) 16 (c) 17 (d) 19

Teniendo en cuenta que la suma de un número par con uno impar siempre es impar, y que las edades de los dos hermanos de Paula son menores de 10 años, entonces la edad de Paula debe ser un número impar, menor o igual que 18. De los números que da Paula a Samuel, el único que cumple estas condiciones es el 17, así que esta debe ser su edad. .

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Lógica

4. La coneja Lola puede agrupar a sus hijos de 12 en 12 sin que sobre alguno y de 10 en 10, pero sobran 4. Si todos sus hijos duermen en 10 madrigueras, cada una con capacidad máxima para 10 conejitos, y 3 madrigueras no son suficientes para que todos duerman, ¿cuántos hijos tiene la coneja Lola?

Dado que la coneja Lola puede agrupar a sus hijos de 12 en 12 sin que sobre alguno, esto implica que la cantidad de sus hijos es múltiplo de 12, es decir, la cantidad de conejitos puede ser:

$$12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, \ldots$$

Ahora, al agruparlos de 10 en 10 sobran 4, entonces la cantidad conejitos es un múltiplo de 10 más 4, esto es, termina en 4. Además, como todos sus hijos duermen en 10 madrigueras, cada una con capacidad máxima para 10 conejitos, se puede decir que como máximo hay $10 \times 10 = 100$ conejitos. Así que la cantidad de hijos de la coneja Lola puede ser 24 u 84; pero 3 madrigueras no son suficientes para que todos duerman, por lo que debe haber más de $3 \times 10 = 30$ conejitos. En conclusión, la coneja Lola tiene 84 hijos.

5. Los cinco hijos de doña Paulina tienen diferentes edades. ¿De cuántas maneras se pueden formar tres de sus hijos en una fila de menor a mayor?

Supongamos que los hijos de doña Paulina son 1, 2, 3, 4, 5 en el respectivo orden de menor a mayor. Entonces las posibles maneras de formar a tres de ellos en una fila, de menor a mayor, son 10 en total, a saber:

- 1 - 2 - 3,
- 1 - 2 - 4,
- 1 - 2 - 5,
- 1 - 3 - 4,
- 1 - 3 - 5,
- 1 - 4 - 5,
- 2 - 3 - 4,
- 2 - 3 - 5,
- 2 - 4 - 5,
- 3 - 4 - 5.

6. La rifa de la escuela tiene números entre 100 y 999. Si la mamá de Felipe, quiere comprar un número que tenga todas sus cifras impares, diferentes y que una de ellas sea 5, ¿cuántos números tienen estas condiciones?

(a) 12 (b) 25 (c) 45 (d) 36

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel Medio

Los dígitos impares son $\{1, 3, 5, 7, 9\}$. Dado que el número debe estar entre 100 y 999, entonces este tiene tres cifras. Además una de las cifras debe ser el 5, luego tenemos los siguientes casos:

$\boxed{5}\ \boxed{0}\ \boxed{0}$ Si la primera cifra es el 5, entonces la segunda solo se puede escoger de 4 formas: $1, 3, 7, 9$; ya que no se pueden repetir cifras, y por cada una de estas cuatro formas, la tercera cifra se podrá escoger de 3 formas, pues ya se usaron dos dígitos impares en las cifras anteriores. Luego para este caso se tienen $4 \times 3 = 12$ posibles números que cumplen las condiciones del enunciado.

$\boxed{0}\ \boxed{5}\ \boxed{0}$ Si la segunda cifra es el 5, por analogía al caso anterior, se tienen 12 números posibles.

$\boxed{0}\ \boxed{0}\ \boxed{5}$ Si la tercera cifra es el 5, también se tienen 12 números posibles.

De modo que el total de números que cumplen las condiciones es $12 \times 3 = 36$.

Otra solución: La cantidad de números de tres cifras, todas impares y diferentes entre sí, es $5 \times 4 \times 3 = 60$. De estos, los que no tienen al 5 entre sus cifras son $4 \times 3 \times 2 = 24$. Por lo tanto, la cantidad de números entre 100 y 999 que tienen todas sus cifras impares, diferentes, y una de ellas es el 5, está dada por $60 - 24 = 36$.

7. Juan estaba leyendo su libro de matemáticas y notó que el producto de los números de las páginas donde estaba abierto era 132. ¿Cuál es la suma de estos números?

(a) 23 (b) 28 (c) 37 (d) 47

Las siguientes son todas las formas de escribir 132 como producto de dos números naturales:

- 1×132
- 2×66
- 3×44
- 4×33
- 6×22
- 11×12

Pero como se trata de los números de dos páginas consecutivas, la única opción que funciona es la última. Entonces, las páginas tienen los números 11 y 12, y la suma de estos números es $11 + 12 = 23$.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel Avanzado

Solución 2: Los números de dos páginas consecutivas son naturales consecutivos. Note que 134 está entre $11 \times 11 = 121$ y $12 \times 12 = 144$, entonces los números de las páginas deben ser 11 y 12 y la suma de estos números es $11 + 12 = 23$.

Solución 3: Dado que $\sqrt{132} \approx 11,48$, entonces los números de las páginas son 11 y 12 y su suma es 23.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Teoría de conteo

8. ¿Cuántos números de cinco cifras son capicúa y divisibles por 5?

Nota: ***Nota:*** *un número se llama* ***capicúa*** *si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Ejemplo:* 42124 *es capicúa*

Los números capicúa de cinco cifras se escriben de la siguiente manera:

$$\underline{\ a\ }\quad \underline{\ b\ }\quad \underline{\ c\ }\quad \underline{\ b\ }\quad \underline{\ a\ }$$

donde a, b y c son dígitos; pero $a \neq 0$. Sabemos que un número es divisible entre 5 si la cifra de las unidades es 0 o 5, en este caso 0 no puede ir en la cifra de las unidades, pues como el número es capicúa la cifra de las decenas de mil también sería 0 y esto daría un número de 4 cifras (que además no es capicúa). Luego $a = 5$, es decir:

$$\underline{\ 5\ }\quad \underline{\ b\ }\quad \underline{\ c\ }\quad \underline{\ b\ }\quad \underline{\ 5\ }$$

De manera que si se fija un valor para b, por ejemplo, $50c05$; vemos que c puede tomar 10 valores: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y el número siempre es capicúa. Luego, por cada valor de b, c puede tomar 10 valores y b puede tomar 10 valores diferentes, entonces el total de números capicúa de cinco cifras y divisibles por 5 es $10 \times 10 = 100$.

9. Gabriela tiene 5 anillos de diferentes colores. ¿De cuántas formas puede lucir los anillos en su mano derecha, si en cada uno de sus 5 dedos se pone un anillo?

(a) 120 (b) 15 (c) 25 (d) 125

Se trata de contar de cuántas formas se pueden ordenar 5 objetos (anillos) en una fila con 5 posiciones (dedos). Note que para la primera posición (el dedo pulgar) tenemos 5 opciones, y por cada una de estas opciones tenemos 4 opciones para elegir el objeto de la segunda posición (dedo índice), pues ya hay uno en la primera posición, es decir, van 5×4 opciones. Ahora, para cada una de estas opciones tenemos 3 formas de elegir el tercer objeto, esto es $5 \times 4 \times 3$, y para cada una de estas opciones tenemos 2 formas de elegir al cuarto objeto, $5 \times 4 \times 3 \times 2$; finalmente para elegir el quinto objeto, tenemos solo una opción (el que quedó), para un total de
$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ formas.
Lo anterior es el principio multiplicativo, que se resume en:

$$\underbrace{5\ opc.}_{\text{pulgar}} \times \underbrace{4\ opc.}_{\text{índice}} \times \underbrace{3\ opc.}_{\text{anular}} \times \underbrace{2\ opc.}_{\text{corazón}} \times \underbrace{1\ opc.}_{\text{meñique}} = \underbrace{120.}_{\text{formas}}$$

GRACIAS!!!

Universidad
Industrial de
Santander