

TERCERA CAPACITACIÓN

NIVEL AVANZADO

GRADO 5°

¡Prepárate para las Olimpiadas!

PROBLEMA 1.

Juan estaba leyendo su libro de matemáticas y notó que el producto de los números de las páginas donde estaba abierto era 132. ¿Cuál es la suma de estos números?

- (a) 23 (b) 28 (c) 37 (d) 47

PROBLEMA 2.

La edad de Daniel es el doble de la edad de Karen. ¿Cuál de los siguientes números NO puede ser la suma de las edades de Daniel y Karen?

- (a) 15 (b) 12 (c) 20 (d) 18

PROBLEMA 3.

¿Cuál de los siguientes números es la suma de tres números naturales consecutivos?

- (a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13

PROBLEMA 4.

¿Cuántos números de cinco cifras son capicúa y divisibles por 5?

Nota: un número se llama **capicúa** si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.

Ejemplo: 42124 es capicúa.

PROBLEMA 5.

La colección de soldaditos de plomo de David tiene entre 50 y 100 soldaditos. En el descanso, jugando con sus compañeros, David los forma en filas de 5 y no sobran soldaditos, luego su mejor amigo los forma en filas de 7 y le sobran 3. ¿Cuántos soldaditos tiene David?

PROBLEMA 6.

La Reina Blanca invita a Alicia y a sus 5 amigos a jugar dominó. Sin embargo, como es el *País de las Maravillas*, las fichas de este dominó tienen números del 0 al 15. ¿Cuál es la cantidad máxima de fichas que puede recibir cada jugador para que todos tengan la misma cantidad de fichas?

Nota: El dominó está compuesto por fichas rectangulares distintas, de manera que una de sus caras está dividida en dos cuadrados, cada uno de los cuales tiene un número de puntos, en este caso entre 0 a 15 puntos.



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

 @edumat.uis



PROBLEMA 7.

En una urna hay 10 balotas enumeradas del 1 al 10. ¿Cuántas balotas, como mínimo, debe extraer una persona con los ojos cerrados para asegurar que una de las balotas extraídas tiene un número primo?
(a) 5 (b) 4 (c) 7 (d) 6

PROBLEMA 8.

Gabriela tiene 5 anillos de diferentes colores. ¿De cuántas formas puede lucir los anillos en su mano derecha, si en cada uno de sus 5 dedos se pone un anillo?
(a) 120 (b) 15 (c) 25 (d) 125



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

 *Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.*

 *@edumat.uis*



SOLUCIONARIO

TERCERA CAPACITACIÓN

NIVEL AVANZADO

GRADO 5°

SOLUCIÓN PROBLEMA 1.

Solución 1: Las siguientes son todas las formas de escribir 132 como producto de dos números naturales:

- | | | |
|------------------|-----------------|------------------|
| ■ 1×132 | ■ 3×44 | ■ 6×22 |
| ■ 2×66 | ■ 4×33 | ■ 11×12 |

Pero como se trata de los números de dos páginas consecutivas, la única opción que funciona es la última. Entonces, las páginas tienen los números 11 y 12, y la suma de estos números es $11 + 12 = 23$.

Solución 2: Los números de dos páginas consecutivas son naturales consecutivos. Note que 134 está entre $11 \times 11 = 121$ y $12 \times 12 = 144$, entonces los números de las páginas deben ser 11 y 12 y la suma de estos números es $11 + 12 = 23$.

Solución 3: Dado que $\sqrt{132} \approx 11,48$, entonces los números de las páginas son 11 y 12 y su suma es 23.

SOLUCIÓN PROBLEMA 2.

Dado que la edad de Daniel es el doble de la edad de Karen, al sumar estas edades obtenemos 3 veces la edad de Karen, por lo tanto esta suma debe ser un múltiplo de 3, y de las opciones de respuesta, 20 es el único número que NO es múltiplo de 3.

SOLUCIÓN PROBLEMA 3.

Sea n el menor de los tres números naturales consecutivos, entonces los tres números buscados serán $n, n + 1$, y $n + 2$, cuya suma es un múltiplo de 3 pues $n + (n + 1) + (n + 2) = 3(n) + 3 = 3(n + 1)$, de modo que el único número que satisface la condición es 12. De hecho $12 = 3 + 4 + 5$.

SOLUCIÓN PROBLEMA 4.

Los números capicúa de cinco cifras se escriben de la siguiente manera:

$$\underline{a} \quad \underline{b} \quad \underline{c} \quad \underline{b} \quad \underline{a}$$

donde a, b y c son dígitos; pero $a \neq 0$. Sabemos que un número es divisible entre 5 si la cifra de las unidades es 0 o 5, en este caso 0 no puede ir en la cifra de las unidades, pues como el número es capicúa la cifra de las decenas de mil también sería 0 y esto daría un número de 4 cifras (que además no es capicúa). Luego $a = 5$, es decir:

$$\underline{5} \quad \underline{b} \quad \underline{c} \quad \underline{b} \quad \underline{5}$$

De manera que si se fija un valor para b , por ejemplo, 50c05; vemos que c puede tomar 10 valores: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y el número siempre es capicúa. Luego, por cada valor de b , c puede tomar 10 valores y b puede tomar 10 valores diferentes, entonces el total de números capicúa de cinco cifras y divisibles por 5 es $10 \times 10 = 100$.

SOLUCIÓN PROBLEMA 5.

David forma los soldaditos en filas de 5 y no sobran soldaditos, entonces la cantidad de soldaditos es un múltiplo de 5 entre 50 y 100, los cuales son: 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95 y 100. Además, su mejor amigo los forma en filas de 7 y le sobran 3, luego el número de soldaditos excede en 3 a un múltiplo de 7. Por lo tanto, David tiene 80 soldaditos de plomo, pues este es el único número de la lista anterior que cumple la última condición: $77 + 3 = 80$.



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

@edumat.uis



SOLUCIÓN PROBLEMA 6.

Desde el 0 hasta el 15 hay 16 números. Contemos las fichas del dominó considerando los siguientes casos:

Caso 1. Los números de la ficha son el mismo. En este caso hay 16 fichas:

$$\boxed{0|0}, \boxed{1|1}, \boxed{2|2}, \boxed{3|3}, \dots, \boxed{15|15}.$$

Caso 2. Los dos números de la ficha son diferentes. En este caso, cada uno de los 16 números puede ir con alguno de los otros 15, por lo tanto habrán $16 \times 15 = 240$, pero hasta aquí hemos contado dos veces la misma ficha, pues por ejemplo, la ficha $\boxed{1|0}$ es la misma $\boxed{0|1}$. Por lo tanto solo hay $\frac{240}{2} = 120$ fichas diferentes en este caso.

En total el dominó tiene 136 fichas y hay 7 jugadores, así que para que todos tengan la misma cantidad de fichas, la máxima cantidad que le corresponde a cada uno es 19, pues $7 \times 19 = 133$, y sobran 3 fichas.

SOLUCIÓN PROBLEMA 7.

Del 1 al 10 hay 6 números que no son primos, de manera que para estar seguros de haber extraído una balota con un número primo, debemos extraer, como mínimo, 7 balotas.
Note que si se extraen 6 o menos balotas, no se puede asegurar que al menos una tenga un número primo, pues puede ocurrir que todas estas balotas correspondan a un número compuesto.

SOLUCIÓN PROBLEMA 8.

Se trata de contar de cuántas formas se pueden ordenar 5 objetos (anillos) en una fila con 5 posiciones (dedos). Note que para la primera posición (el dedo pulgar) tenemos 5 opciones, y por cada una de estas opciones tenemos 4 opciones para elegir el objeto de la segunda posición (dedo índice), pues ya hay uno en la primera posición, es decir, van 5×4 opciones. Ahora, para cada una de estas opciones tenemos 3 formas de elegir el tercer objeto, esto es $5 \times 4 \times 3$, y para cada una de estas opciones tenemos 2 formas de elegir al cuarto objeto, $5 \times 4 \times 3 \times 2$; finalmente para elegir el quinto objeto, tenemos solo una opción (el que quedó), para un total de $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ formas.
Lo anterior es el principio multiplicativo, que se resume en:

$$\underbrace{5 \text{ opc.}}_{\text{pulgar}} \times \underbrace{4 \text{ opc.}}_{\text{índice}} \times \underbrace{3 \text{ opc.}}_{\text{anular}} \times \underbrace{2 \text{ opc.}}_{\text{corazón}} \times \underbrace{1 \text{ opc.}}_{\text{meñique}} = \underbrace{120}_{\text{formas}}$$



SCAN ME

Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

 @edumat.uis

