

SEGUNDA CAPACITACIÓN

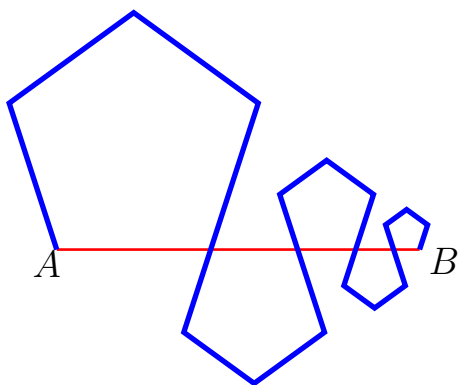
NIVEL AVANZADO

GRADO 5°

¡Prepárate para las Olimpiadas!

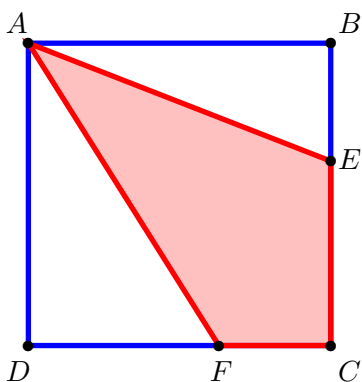
PROBLEMA 1.

Sobre el segmento $\overline{AB}$ se ubican cinco pentágonos regulares como se muestra en la figura. Si la longitud del segmento $\overline{AB}$ es 30 cm , ¿cuál es la longitud del camino de color azul?



PROBLEMA 2.

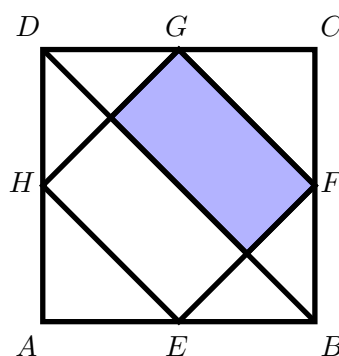
En la siguiente figura el área del cuadrado $ABCD$ es 30 cm^2 . Si $EB = FC$, ¿cuál es el área de la región sombreada de rojo?



- (a) 20 cm^2 (b) 15 cm^2 (c) 10 cm^2 (d) 18 cm^2

PROBLEMA 3.

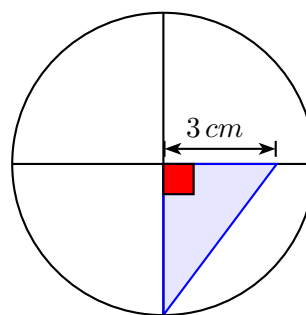
En la siguiente figura E, F, G, H son los puntos medios de los lados del cuadrado $ABCD$. ¿Qué fracción del área del cuadrado $ABCD$ representa el área de la figura sombreada?



- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{8}$

PROBLEMA 4.

Si el área del triángulo es 6 cm^2 , ¿cuál es el diámetro de la circunferencia?



- (a) 2 cm (b) 4 cm (c) 8 cm (d) 12 cm



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

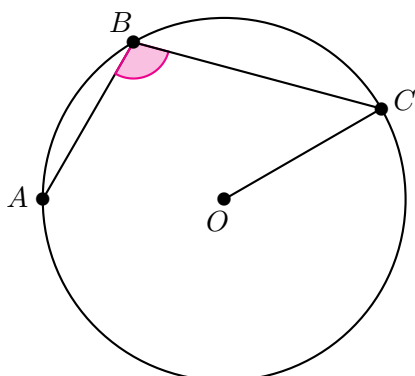
Tel.: 6344000 ext. 2316.

 Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

 @edumat.uis

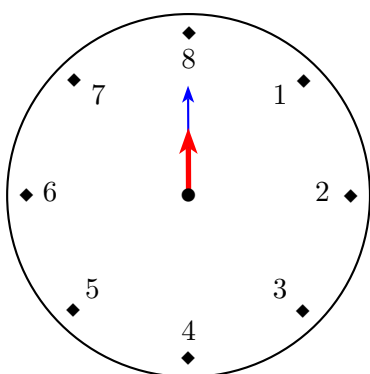
PROBLEMA 5.

Hallar la medida del ángulo sombreado en la siguiente figura, sabiendo que O es el centro del círculo, $AB = OC$ y el ángulo BCO mide 45° .



PROBLEMA 6.

Isabella compró un reloj de manecillas muy especial, ya que en lugar de contar hasta 12 horas solo contaba hasta 8, el minutero cambiaba de número cada 5 minutos y el horario cambiaba de número cada vez que el minutero pasaba por el número 8. Cuando Isabella compró el reloj marcaba la hora mostrada en la siguiente figura:



- Haga un dibujo del reloj de Isabella cuando han pasado 4 horas.
- Calcule la medida del ángulo menor que forman las manecillas del reloj de Isabella cuando han pasado 4 horas.

PROBLEMA 7.

El Tangram es un juego chino muy antiguo, que consiste en formar siluetas de figuras con las siete piezas dadas sin solaparlas. Las siete piezas o "tans" se obtienen seleccionando un cuadrado de modo que se reproduzcan dos triángulos grandes, uno mediano, dos triángulos pequeños, un cuadrado y un romboide como se muestra en la Figura 1. Hallar el valor del ángulo α marcado en la Figura 2, construida a partir de los siete tans.

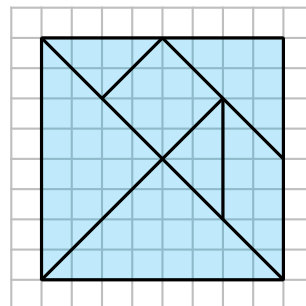


Figura 1.

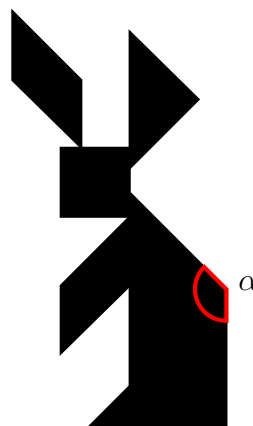


Figura 2.

- (a) 90° (b) 135° (c) 145° (d) 175° (e) 180°



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

@edumat.uis



SOLUCIONARIO

SEGUNDA CAPACITACIÓN

NIVEL AVANZADO

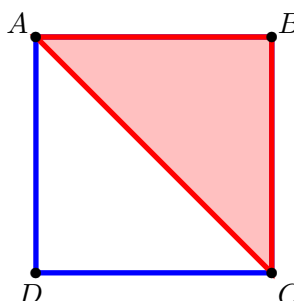
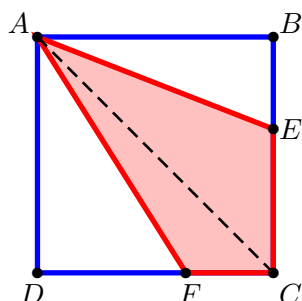
GRADO 5°

SOLUCIÓN PROBLEMA 1.

Observe que en el segmento $\overline{AB}$ se ubica exactamente un lado de cada uno de los cinco pentágonos regulares. Es decir al tomar un lado de cada pentágono y sumar estas longitudes el resultado es 30 cm . Ahora, observe que el camino marcado está formado por cuatro lados de cada pentágono regular, de esta forma la suma de las longitudes de los segmentos que forman el camino marcado es $4 \times 30\text{ cm} = 120\text{ cm}$.

SOLUCIÓN PROBLEMA 2.

Considere las siguientes figuras:



Dado que $ABCD$ es un cuadrado tenemos que $\overline{AD} = \overline{AB}$ y además, $\overline{EB} = \overline{FC}$ luego el área de los triángulos $\triangle AFC$ y $\triangle AEB$ es igual. Por lo tanto, el área sombreada de rojo es igual a la mitad del área del cuadrado $ABCD$, es decir $\frac{30\text{ cm}^2}{2} = 15\text{ cm}^2$.

SOLUCIÓN PROBLEMA 3.

Considere las siguientes figuras:

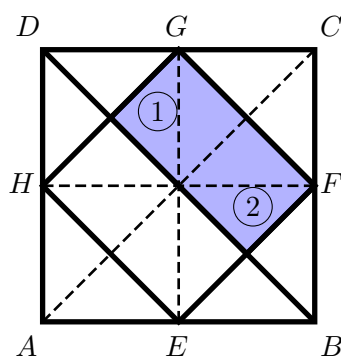


Figura 1.

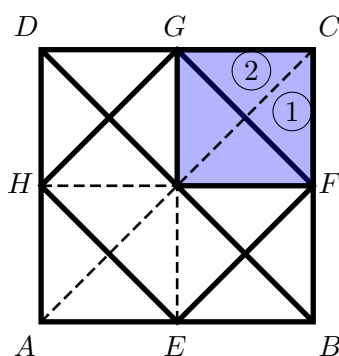


Figura 2.

Solución 1. Trasladando convenientemente las regiones marcadas como ① y ② en la Figura 1 obtenemos la Figura 2, en la que se observa que el área sombreada equivale a $\frac{1}{4}$ del área del cuadrado $ABCD$.

Solución 1. En la Figura 1, note que el cuadrado $ABCD$ está dividido en 16 triángulos con igual área, de los cuales 4 forman la región sombreada. Por lo tanto la fracción de área del cuadrado $ABCD$ que está sombreada es $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

@edumat.uis

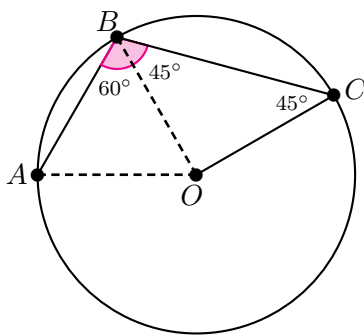


SOLUCIÓN PROBLEMA 4.

Según la figura el triángulo tiene un ángulo de 90° , luego este es un triángulo rectángulo y uno de sus catetos mide 3 cm , si este cateto se considera la base del triángulo entonces su altura correspondiente mide 4 cm , dado que su área es $\frac{4 \times 3}{2} = 6\text{ cm}^2$. Ahora bien, esta altura coincide con el otro cateto del triángulo y a su vez con un radio de la circunferencia, entonces el radio mide 4 cm y como el diámetro es el doble del radio, este mide $2 \times 4 = 8\text{ cm}$.

SOLUCIÓN PROBLEMA 5.

Trazando los radios $\overline{OB}$ y $\overline{OA}$, como se muestra en la figura, se observa que el triángulo ABO es equilátero, por lo tanto el ángulo ABO mide 60° ; y también que el triángulo BOC es isósceles en O , luego $\angle OBC = \angle BCO = 45^\circ$.

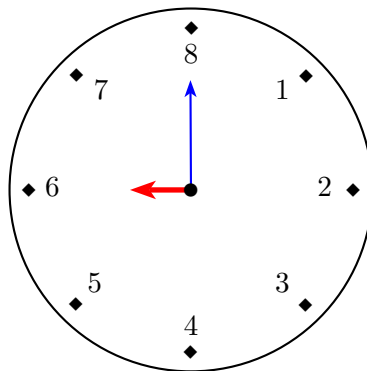


Así, tenemos que $\angle ABC = \angle ABO + \angle OBC = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$.

SOLUCIÓN PROBLEMA 6.

- (a) Se puede observar que una vuelta completa del minuterero en el reloj especial realmente son 40 minutos; por lo tanto, para que el reloj especial marque una hora real, que son 60 minutos, hacen falta 20 minutos y esto corresponde a media vuelta de las manecillas del reloj especial. Así, por cada hora real, el minuterero del reloj especial da una vuelta y media.

De modo que en el reloj especial, luego de 4 horas reales, el minuterero ha dado exactamente 6 vueltas, y por tanto, el horario se ha movido 6 números, pasando del 8 hasta el 6, como se muestra en la figura:



- (b) En la figura del ítem anterior se observa que las manecillas del reloj especial forman un ángulo 90° cuando han pasado 4 horas, desde el momento de la compra. En efecto, como la vuelta completa equivale a 360° , entonces cada vez que el horario del reloj se mueve de un número a otro barre un ángulo de $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$. Además, vimos que después de las 4 horas el minuterero está en su posición inicial y el horario se ha movido 6 números, entonces este último a barrido un ángulo de $45^\circ \times 6 = 270^\circ$. Por lo tanto, la medida del ángulo menor que forman las manecillas del reloj en dicho momento es

$$360^\circ - 270^\circ = 90^\circ.$$

SOLUCIÓN PROBLEMA 7.

Note que todos los valores de los ángulos de los tans son múltiplos de 45° y el ángulo α es obtuso, entonces su valor debe ser mayor que 90° , menor que 180° y múltiplo de 45° . Luego $\alpha = 135^\circ$.



Informes:

olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

@edumat.uis

