# Primera Capacitación

Olimpiadas Regionales de Matemáticas-Primaria

Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander
Grupo Edumat

Bucaramanga, 30 de julio de 2022

Scan me

***Informes:***
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
*Tel.:* 6344000 *ext.* 2316.
*Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.*

# METODOLOGÍA

## NIVELES

Básico: para estudiantes de 3.

Medio: para estudiantes de 4.

Avanzado: para estudiantes de 5.

## FASES

1. Capacitaciones.
2. Prueba Clasificatoria.
3. Prueba Selectiva.
4. Prueba Final.
5. Entrenamientos.

# FASES

## CAPACITACIONES

- 3 talleres gratuitos de capacitación para docentes y estudiantes.

## PRUEBA CLASIFICATORIA

- Participan los estudiantes inscritos.
- **Modalidad virtual o presencial,** según lo exprese el colegio en la inscripción para todos sus estudiantes.
- Consta 6 problemas de selección múltiple con única respuesta.

# FASES

## PRUEBA SELECTIVA

- Participan los estudiantes clasificados por alguno de los siguientes criterios:
  - Criterio 1. el estudiante pertenece al conjunto del $10\%$ de los estudiantes que obtuvieron los mejores puntajes en la Prueba Clasificatoria.
  - Criterio 2. si alguna institución participante no alcanzó la clasificación del $10\%$ de los estudiantes participantes, el Comité Organizador clasifica a los restantes estudiantes, para completar el $10\%$ de clasificación en cada nivel.
- **Modalidad presencial**, en las sedes regionales (Barbosa, Barrancabermeja, Bucaramanga, Málaga, Socorro, UFPS-Ocaña).

# FASES

## Prueba Final

- Participan los estudiantes clasificados por alguno de los siguientes criterios:
  - Criterio 1. el estudiante pertenece al conjunto de los 20 estudiantes con los mejores puntajes en la prueba selectiva de cada nivel.
  - Criterio 2. si un municipio no tiene representación por el criterio $1$, el Comité otorga el título de Estudiante Finalista al participante del municipio con el mejor puntaje en la prueba de selectiva.
- **Modalidad presencial**, en las instalaciones de la UIS-Bucaramanga.

## Entrenamientos

A los estudiantes finalistas se les ofrecerá una preparación especial con el ánimo que participen en otras competencias de matemáticas.

# ESTÍMULOS

- MENCIÓN DE HONOR para los estudiantes clasificados de cada nivel en primera prueba.
- DIPLOMA DE FINALISTA
- PREMIOS para los 5 mejores puntajes de cada nivel en la prueba final.

# FECHAS IMPORTANTES

## INSCRIPCIONES

Hasta el 17 de agosto de 2022.

## PRUEBAS

Prueba Clasificatoria: miércoles, 31 de agosto.

Prueba Selectiva: jueves, 15 de septiembre.

Prueba Final: sábado, 1 de octubre.

# PROCESO DE INSCRIPCIÓN

1. Diligenciar el formulario de Google del siguiente enlace: `https://forms.gle/9gP7EKRkAUmJj8Tz5`
2. El número mínimo de estudiantes inscritos por institución debe ser 10.

## VALOR DE LA INSCRIPCIÓN POR ESTUDIANTE:

- 8.500 para grupos de 10 a menos de 40 estudiantes.
- 7.500 para grupos de 40 a 499 estudiantes.
- 7.000 para grupos de más de 499 estudiantes.

# CONTACTO

Correo electrónico: olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Teléfonos: 6344000, Ext: 2316
Página de Facebook: Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

# OTROS GRUPOS DE EDUMAT-UIS

## SEMILLERO MATEMÁTICO

Correo electrónico: semillero@matematicas.uis.edu.co

Teléfono: 6344000, Exts: 2316.

## CALENDARIO MATEMÁTICO

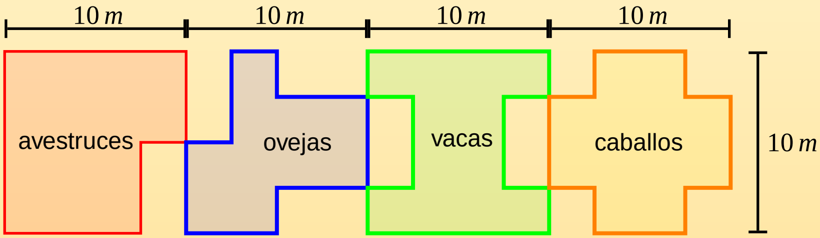
Correo electrónico: calendariomatematico2011@gmail.com

Teléfonos: 6344000, Exts: 2316. - 3125586597 (Daniel Moreno)

# Básico 1.

## Básico-Clasificatoria

El granjero Euclides construyó corrales para sus cuatro especies de animales, como se muestra a continuación:




¿Cuál de los corrales tiene el mayor perímetro?

# Solución

De los cuatro corrales, el que más perímetro tiene es el de las vacas. Note que el perímetro de cada uno de los demás corrales es $40\,m$, pero el de las vacas es mayor a $40\,m$.

# Básico 2.

## Básico-Clasificatoria

¿Cuántos números mayores que $2021$ de $4$ cifras existen tales que el producto de sus dígitos es $27$?

# Solución

Las posibilidades para obtener $27$ al multiplicar cuatro dígitos son: $3 \times 3 \times 3 \times 1$ o $3 \times 9 \times 1 \times 1$. Tomando los factores de cada caso, podemos formar $9$ números que cumplen las condiciones del enunciado, a saber:

$$\begin{array}{ccc} 3133 & 3911 & 9311 \\ 3313 & 3191 & 9131 \\ 3331 & 3119 & 9113 \end{array}$$

# Básico 3.

## Básico-Selectiva

Ariana, Andrea y Adriana ven una foto de hace tiempo, su mamá, Mónica, les dice que cuando se tomó la foto la edad de Adriana era el triple que la de Andrea. Ariana es $2$ años menor que Andrea. Si Ariana tiene $13$ años, y la foto fue tomada hace $5$ años, ¿cuántos años tiene Adriana?

# Solución

Hace $5$ años Ariana tenía $8$ años, luego Andrea tenía $10$, y Adriana $30$. En la actualidad Adriana tiene $35$ años.

# Básico 4.

## Básico-Selectiva

Se dice que una cuadrícula es mágica cuando la suma de los números en cada fila, en cada columna y en cada diagonal es la misma. Por ejemplo la siguiente cuadrícula $3 \times 3$ es mágica:

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 8 |
| 9 | 5 | 1 |
| 2 | 7 | 6 |

De cierta cuadrícula mágica $5 \times 5$ sabemos que la suma de los números en una de sus diagonales es $59$, y que los números de cuatro de sus casillas son: $12$, $10$, $8$ y $19$. ¿Cuánto es la suma de los números que están en las casillas restantes?

# Solución

La suma de los números en cada fila es $59$, y hay $5$ filas, entonces la suma de todos los números en el cuadrado es $59 \times 5 = 295$, a esto le restamos la suma de los números que se conocen, $12 + 10 + 8 + 19 = 49$, y así, la suma de los números en las casillas restantes es $295 - 49 = 246$.

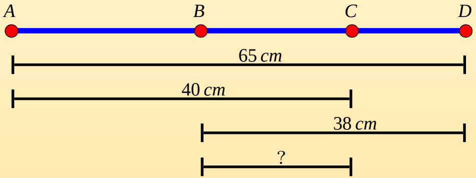
# Básico 5.

## Básico-Selectiva

Cuatro palomas están posadas de izquierda de derecha sobre una cuerda. La distancia entre la primera y la última paloma es $65\,cm$, entre la primera y la tercera es $40\,cm$, y entre la segunda y la cuarta es $38\,cm$. ¿Cuál es la distancia entre la segunda y la tercera?

# Solución

Considere la siguiente ilustración, en la que $A$, $B$, $C$ y $D$ representan la primera, segunda, tercera y cuarta paloma, respectivamente.

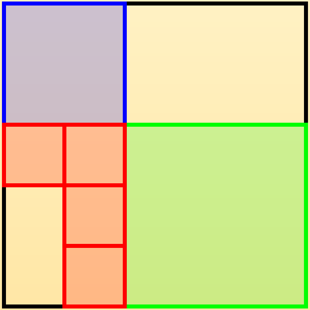



Note que al sumar $AC + BD = 40 + 38 = 78$, se obtiene la longitud total e la cuerda $AD$ más la distancia $BC$, por lo tanto la distancia entre la segunda y tercera paloma está dada por:
$BC = (AC + BD) - AD = 78 - 65 = 13\,cm$.

# Básico 6.

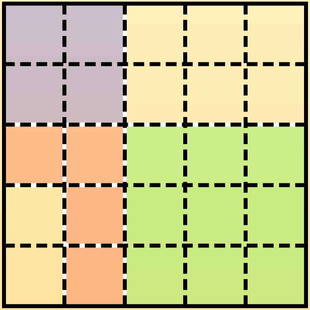
## Básico-Final

El piso cuadrado de una piscina se ha cubierto parcialmente con tabletas cuadradas de colores como se muestra en la figura. Si el área del piso que falta por cubrir es $16\,m^2$, ¿cuántos metros cuadrados mide el área total del piso de la piscina?



# Solución

Dividiendo el piso de la piscina como se muestra a continuación, notamos que la región que falta por cubrir equivale a $8$ cuadraditos de los rojos, es decir que cada cuadradito rojo tiene $16 \div 8 = 2\,cm^2$ de área. Por lo tanto, el área de todo el piso, que equivale al área de $25$ de estos cuadraditos, es: $25 \times 2 = 50\,cm^2$.



# Básico 7.

## Básico-Selectiva

En un banco, los clientes toman un ficho para ser atendidos, de esta manera van quedando enumerados desde el $1$ y son atendidos según el orden de estos números, del menor al mayor. Cada vez que un cliente es atendido, debe sumar el número de su ficho al número que se encuentra en un tablero, borrar el número que estaba en el tablero y escribir el nuevo resultado. Al iniciar cierto día, estaba escrito un número impar en el tablero, si este día fueron atendidos todos los clientes que tomaron ficho, es correcto afirmar que en este día,

$(a)$ si el ficho de un cliente era múltiplo de $2$ pero no de $4$, entonces este cliente escribió un número impar.

$(b)$ solo los clientes que tenían un ficho múltiplo de $4$ escribieron números impares en el tablero.

$(c)$ la suma de los números escritos en tablero por los clientes con fichos $1002$ y $2021$ es par.

$(d)$ todos los clientes con ficho par escribieron un número par en el tablero.

# Solución

Considere la siguiente tabla, en la que $I$ indica que el número escrito en el tablero es Impar y $P$ que es par. Tenga en cuenta que

- Par+Par=Par,
- Par+Impar=Impar,
- Impar+Impar=Impar.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tablero | $I$ | $P$ | $P$ | $I$ | $I$ | $P$ | $P$ | $I$ | $I$ | $P$ | $P$ |
| Ficho | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | $\cdots$ |
| Nuevo Tablero | $P$ | $P$ | $I$ | $I$ | $P$ | $P$ | $I$ | $I$ | $P$ | $P$ | |

Note que en la secuencia de la paridad de los números escritos por los clientes en el tablero se repite el bloque $PPII$ cada cuatro turnos. con esto en mente, analicemos la veracidad de cada opción de respuesta:

$(a)$ Es FALSA, por ejemplo el cliente con el ficho $2$ escribió un número par.

$(b)$ Es FALSA, ya que no SOLO los que tenían ficho múltiplo de $4$ escribieron números impartes, por ejemplo el cliente con el ficho $3$ también escribió un número impar.

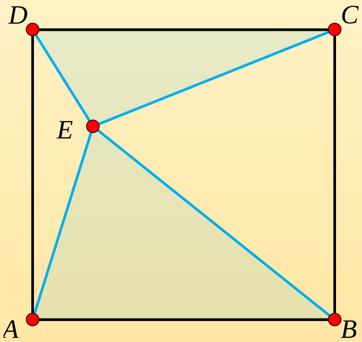
$(c)$ Es VERDADERA, note que $1002 = 4 \times 250 + 2$ excede en $2$ a un múltiplo de $4$, luego el cliente con este ficho escribió un número $PAR$, además $2021 = 4 \times 505 + 1$, esto es un múltiplo de $4$ más $1$, luego el cliente con este ficho también escribió un número $PAR$ en el tablero. Así la suma de los números escritos por estos dos clientes es $PAR + PAR = PAR$.

$(d)$ Es FALSA, por ejemplo el cliente con el ficho $4$ también escribió un número impar.

# Básico 8.

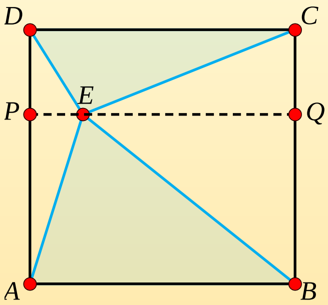
## Básico-Selectiva

El área del cuadrado $ABCD$ es $30\,cm^2$. La altura del triángulo $ABE$ respecto a $\overline{AB}$ es el doble de la altura del triángulo $ECD$ respecto a $\overline{CD}$. ¿Cuánto es el área del triángulo $CDE$ en centímetros cuadrados?



# Solución

En la siguiente figura el segmento $\overline{PQ}$ es paralelo a $\overline{AB}$ y pasa por $E$.

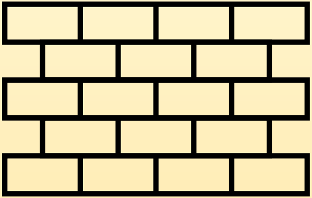



El cuadrado $ABCD$ queda dividido en dos rectángulos, $CDPQ$ de área $10\,cm^2$ y $ABQP$ de área $20\,cm^2$, estas áreas las conocemos pues el área de $ABCD$ es $30\,cm^2$ y el área de $ABQP$ es el doble del área de $CDPQ$ ya que la altura de $ABE$ respecto a $\overline{AB}$ es el doble de la altura de $ECD$ respecto a $\overline{CD}$. Finalmente, el área de $ECD$ es la mitad del área de $CDPQ$ pues la altura de $ECD$ respecto a $\overline{CD}$ es $CQ$, por lo tanto el área de $ECD$ es $5\,cm^2$.

# Básico 9.

## Básico-Final

Hermes debe construir un muro con $18$ bloques como se muestra en la figura. Para ello dispone de bloques de tres colores: amarillo, azul y rojo. Los bloques amarillos cuestan $\$900$, los azules $\$1000$ y los rojos $\$800$. Si desea que en el muro cada bloque tenga color diferente al de sus bloques vecinos,

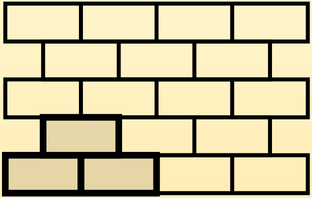


(a) ¿de cuántas formas puede elegir los colores de cada bloque en el muro?

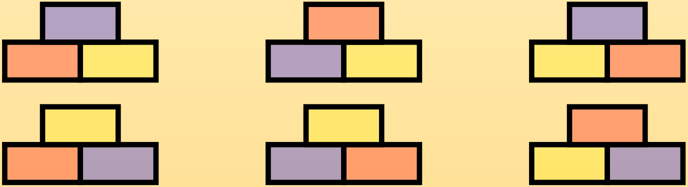
(b) ¿cuál es la mínima cantidad de dinero que necesita Hermes para comprar los bloques necesarios para la construcción del muro?

# Solución

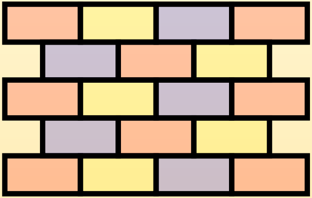
$(a)$ Observe que, basta elegir el color de los ladrillos resaltados a continuación, pues una vez se eligen los colores de estos, inmediatamente quedan determinados los colores de los demás.



Ahora bien, teniendo solo los colores: amarillo, azul y rojo, los colores de los tres ladrillos resaltados se pueden elegir de $6$ formas, así:



$(b)$ Tomando una de las opciones anteriores para pintar todo el muro tenemos:



De este modo vemos que siempre quedarán $8$ ladrillos de un color y $5$ de cada uno de los otros dos colores. Pero sabemos que los ladrillos rojos son los más económicos, por o tanto, la mínima cantidad de dinero que necesita Hermes para comprar los bloques del muro es

$$800 \times 8 + 5 \times 1000 + 5 \times 900 = \$15.900.$$

# Medio 1.

## Medio-Clasificatoria

En una granja en la que hay $50$ aves, se sabe que solo $13$ aves tienen el plumaje blanco, y $32$ son hembras. Si solo $5$ hembras tienen el plumaje blanco, ¿cuántos machos no tienen el plumaje blanco?

# Solución

De las $50$ aves, $32$ son hembras, esto es $50 - 32 = 18$ son machos. Por otra parte, de las $50$ aves, solo $13$ tienen el plumaje blanco, y de estas solo $5$ son hembras, por lo tanto hay $13 - 5 = 8$ machos con plumaje blanco. Por lo anterior, el número de machos que no tienen el plumaje blanco son $18 - 8 = 10$.
El siguiente diagrama de Carroll permite visualizar toda la información.

| | Blancos | No blancos | Total |
|---|---|---|---|
| Hembras | $5$ | $27$ | $32$ |
| Machos | $8$ | $10$ | $18$ |
| Total | $13$ | $37$ | $50$ |

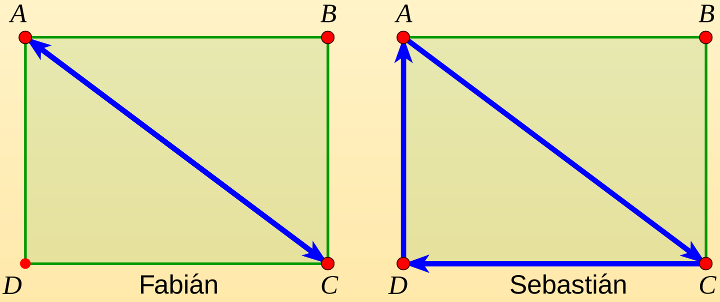
# Medio 2.

## Medio-Clasificatoria

En la clase de educación física harán una prueba en la cancha rectangular $ABCD$ del colegio. Empieza Fabián, desplazándose en línea recta desde $A$ hasta $C$, y se devuelve corriendo. Le sigue Sebastián, desplazándose en línea recta, desde $A$ hasta $C$, luego desde $C$ hasta $D$, y por último desde $D$ hasta $A$. Fabián recorrió $26\,m$ y Sebastián $31\,m$. Si Jaime tiene que correr por todo el perímetro de la cancha hasta volver a su posición inicial, ¿cuántos metros recorrerá?

# Solución

Considere la siguiente ilustración de los recorridos de Fabián y Sebastián:




Por tratarse de un rectángulo, el perímetro de la cancha es $2$ veces lo que recorrió Sebastián, menos $2$ veces la diagonal $\overline{AC}$, esto es lo que recorrió Fabián. De modo que los metros que Jaime recorrerá son: $2 \times 31\,m - 26\,m = 36\,m$.

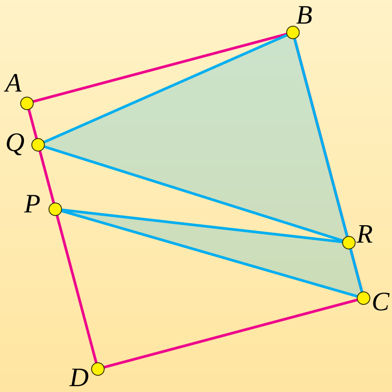
# Otra solución

En términos de segmentos, $AC = 13\,m$ y $AC + CD + AD = 31, m$. Luego, $\overline{CD} + \overline{AD} = 18\,m$. El perímetro de la cancha del colegio por ser un rectángulo es: $AB + BC + CD + AD = 2 \times (CD + AD) = 36\,m$. Por lo tanto, Jaime recorrerá $36\,m$.

# Medio 3.

## Medio-Clasificatoria

En la siguiente figura, el perímetro del cuadrado $ABCD$ es $24\,cm$, el punto $R$ está sobre $\overline{BC}$, y los puntos $P$ y $Q$ están sobre $\overline{AD}$. ¿Cuánto es la suma de las áreas de los triángulos coloreados en azul?



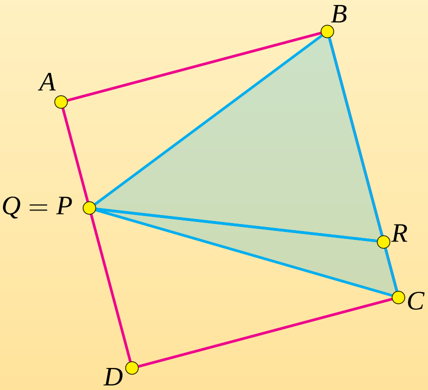
# Solución

Dado que el perímetro del cuadrado es $24$, entonces cada uno de sus lados mide $6\,cm$. Note que la altura de dichos triángulos, respecto a sus bases $\overline{BR}$ y $\overline{RC}$, es $AB$. Por lo tanto, la suma de las áreas de los triángulos es:

$$\frac{AB \times BR}{2} + \frac{AB \times RC}{2} = \frac{AB}{2}(BR + RC) = \frac{6 \times 6}{2} = 18\,cm^2.$$

# Otra solución

Como no hay restricciones adicionales a que los triángulos no se sobrepongan, consideremos que $P$ y $Q$ son el mismo punto, luego ambos triángulos forman un triángulo de base $BC = 6\,cm$ y altura $AB = 6\,cm$, con un área de $18\,cm^2$, como se muestra en la figura:



# Medio 4.

## Medio-Clasificatoria

El abuelo de Santiago compra boletos de rifas todos los días. Siempre escoge el número que corresponda a la suma de las cifras de la fecha del día, por ejemplo el $26$ de agosto de $2021$, $(26/08/2021)$ compra el número $21 = 2 + 6 + 0 + 8 + 2 + 0 + 2 + 1$. ¿Cuántas veces compró o comprará el número $12$ durante el año $2021$?

# Solución

Sea $ab/cd/2021$ una de las fechas cuyas cifras suma $12$, esto es:

$$\begin{aligned} a+b+c+d+2+0+2+1 &= 12 \\ a+b+c+d &= 7. \end{aligned}$$

Veamos las posibilidades teniendo en cuenta que $1 \leq cd \leq 12$ y $1 \leq ab \leq 31$

| $c$ | $d$ | $a+b$ | $a$ | $b$ | Fecha |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 6 | 0 | 6 | 06/01/2021 |
| | | | 1 | 5 | 15/01/2021 |
| | | | 2 | 4 | 24/01/2021 |
| 0 | 2 | 5 | 0 | 5 | 05/02/2021 |
| | | | 1 | 4 | 14/02/2021 |
| | | | 2 | 3 | 23/02/2021 |
| 0 | 3 | 4 | 0 | 4 | 04/03/2021 |
| | | | 1 | 3 | 13/03/2021 |
| | | | 2 | 2 | 22/03/2021 |
| | | | 3 | 1 | 31/03/2021 |
| 0 | 4 | 3 | 0 | 3 | 03/04/2021 |
| | | | 1 | 2 | 12/04/2021 |
| | | | 2 | 1 | 21/04/2021 |
| | | | 3 | 0 | 30/04/2021 |
| 0 | 5 | 2 | 0 | 2 | 02/05/2021 |
| | | | 1 | 1 | 11/05/2021 |
| | | | 2 | 0 | 20/05/2021 |
| 0 | 6 | 1 | 0 | 1 | 01/06/2021 |
| | | | 1 | 0 | 10/06/2021 |

| $c$ | $d$ | $a+b$ | $a$ | $b$ | Fecha |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 6 | 0 | 6 | 06/10/2021 |
| | | | 1 | 5 | 15/10/2021 |
| | | | 2 | 4 | 24/10/2021 |
| 1 | 1 | 5 | 0 | 5 | 05/11/2021 |
| | | | 1 | 4 | 14/11/2021 |
| | | | 2 | 3 | 23/11/2021 |
| 1 | 2 | 4 | 0 | 4 | 04/12/2021 |
| | | | 1 | 3 | 13/12/2021 |
| | | | 2 | 2 | 22/12/2021 |
| | | | 3 | 1 | 31/12/2021 |

# Medio 5.

## Medio-Selectiva

Para cada número natural $n$ se define $\boxed{n}$ de la siguiente manera:

$$\boxed{n} = n \times (2021 - n).$$

¿Cuál es el valor de la siguiente expresión?

$$\boxed{1} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times \cdots \times \boxed{2021}$$

# Solución

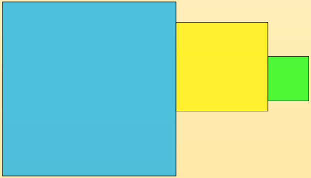
Note que $\boxed{2021} = 2021 \times (2021 - 2021) = 2021 \times 0 = 0$, luego

$$\boxed{1} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times \cdots \times \boxed{2021} = \boxed{1} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times \cdots \times 0 = 0.$$

# Medio 6.

## Básico-Selectiva

En la siguiente figura, el área de cada cuadrado, salvo el más pequeño, es el cuádruple del que le sigue a la derecha. Si el área del cuadrado amarillo es $16\,cm^2$, ¿cuál es el perímetro de toda la figura?



# Solución

Dado que el área del cuadrado del medio es $16\,cm^2$, el área del cuadrado grande es $64\,cm^2$ y el área del pequeño es $4\,cm^2$. A partir de las áreas, el lado del cuadrado grande mide $8\,cm$, el del mediano, $4\,cm$; y el del pequeño $2\,cm$. Para hallar el perímetro de la figura, consideramos la suma de los perímetros de los cuadrados, y a esta le restamos dos veces el lado del cuadrado mediano, y dos veces el lado del cuadrado pequeño, pues estos lados corresponden al contacto entre los cuadrados. Por lo anterior, el perímetro de la figura es

$$4 \times 8 + 4 \times 4 + 4 \times 2 - 2 \times 4 - 2 \times 2 = 56 - 12 = 44\,cm.$$

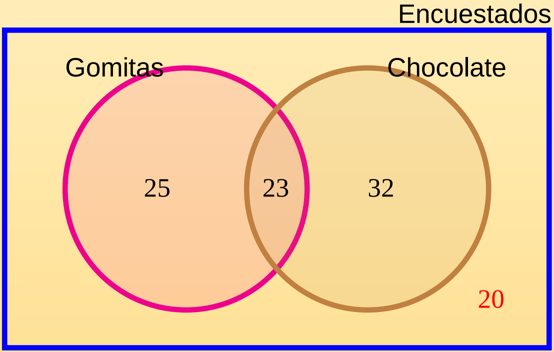
# Medio 7.

Básico-Final

Una encuesta a $100$ personas registraba si les gustaba el chocolate o las gomitas. De las personas encuestadas, $\frac{1}{5}$ dijo no gustarle ninguna de las dos opciones; $55$ afirmaron que les gustaba el chocolate y $48$ que les gustaban las gomitas. ¿A cuántas personas les gustaban ambas golosinas?

# Solución

Se nos dice que $\frac{1}{5}$ de los encuestados, esto es $20$ personas, dijeron no gustarle ninguna de las dos opciones; por lo que las $80$ restantes dijeron que les gustaba al menos una de las dos opciones.
Llamemos $x$ al número de personas que les gustaban ambas golosinas, $55 - x$ son las personas que solo les gustaba el chocolate y $48$ son las que les gustaba las gomitas (sin necesariamente excluir el chocolate), así, $55 - x + 48 = 80$, entonces $x = 23$, es decir, a $23$ personas les gustaban ambas golosinas.



# Avanzado 1.

### Avanzado-Final

Un granjero tiene $180$ huevos de pata y $168$ huevos de gallina. El quiere colocarlos en canastos de modo que en cada canasto haya la misma cantidad de huevos, sin juntar huevos de pata con huevos de gallina. ¿Cuál es la mínima cantidad de canastos que necesita el granjero?

# Solución

Dado que los huevos de pata y los huevos de gallina deben dividirse en grupos con la misma cantidad de huevos (sin juntarse entre ellos), entonces esta cantidad es un divisor común de $180$ y $168$. Pero se quiere además, que la cantidad de grupos (canastos) sea la menor posible, esto se logra cuando los grupos tienen la mayor cantidad de huevos posibles, esta cantidad es el máximo divisor común entre $180$ y $168$, que es

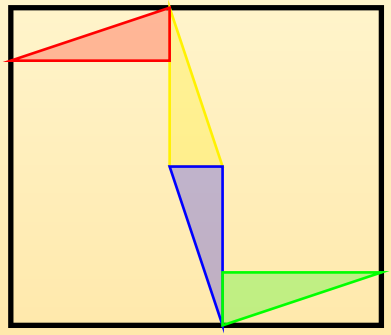
$$\text{mcd}(180, 168) = 12.$$

Por lo tanto, se deben hacer grupos de $12$ huevos; como en total son $180 + 168 = 348$ huevos, entonces la mínima cantidad de grupos (canastos) es: $\dfrac{348}{12} = 29$.

# Avanzado 2.

## Medio-Selectiva

El Comité Olímpico de cierto colegio ha propuesto un diseño para la bandera de la olimpiada de matemáticas, el cual consta de cuatro triángulos rectángulos congruentes, pero de diferente color, dibujados sobre un rectángulo completamente blanco, como se muestra en la figura.



Si se imprimen de estas banderas con dimensiones $20\,cm$ y $18\,cm$, ¿qué fracción del área total de cada bandera estará coloreada por los cuatro triángulos?

# Solución

La altura de la bandera es $18\,cm$, entonces la altura de cada triángulo, respecto al lado más corto, es $9\,cm$. Además, los $20\,cm$ del ancho de la bandera corresponden a dos veces la altura de los triángulos (respecto al lado más corto) más la longitud del lado más corto, de modo que el lado más corto de cada triángulo mide $20 - 2 \times 9 = 20 - 18 = 2\,cm$.

Por lo anterior, el área de cada triángulo es $\dfrac{9 \times 2}{2} = 9\,cm^2$, y como son cuatro de estos triángulos, entonces el área total coloreada es $4 \times 9 = 36\,cm^2$. Pero el área total de la bandera es $20 \times 18 = 360\,cm^2$, de ahí que la fracción del área total de la bandera que estará coloreada por los cuatro triángulos es:

$$\frac{36}{360} = \frac{1}{10}.$$

# Avanzado 3.

## Medio-Final

Hermes, el loro de Pascal, sabe hacer cuentas solo con números naturales. Siempre que Pascal dice un número natural, Hermes lo multiplica por $9$, luego suma $21$, divide este resultado entre $3$, al final resta $5$ y grita el resultado.

$(a)$ Si Pascal dice el número $10$, ¿cuál es el número que grita Hermes?

$(b)$ Si Hermes gritó el número $2021$, ¿cuál es el número que dijo Pascal?

$(c)$ ¿Es posible que Hermes grite el número $100$?

# Solución

$(a)$ Si Pascal dice el número $10$, Hermes hace las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned} 10 \times 9 &= 90, \\ 90 + 21 &= 111, \\ 111 \div 3 &= 37, \\ 37 - 5 &= 32. \end{aligned}$$

Por lo tanto Hermes gritó el número $32$.

$(b)$ Si Hermes gritó el número $2021$, devolviendo las operaciones que hizo Hermes, tenemos:

$$\begin{aligned} 2021 + 5 &= 2026, \\ 2026 \times 3 &= 6078, \\ 6078 - 21 &= 6057, \\ 6057 \div 9 &= 673. \end{aligned}$$

De modo que el número dicho por Pascal es el $673$.

$(c)$ No es posible puesto que, devolviendo las operaciones que debió hacer Hermes tenemos:

$$\begin{aligned} 100 + 5 &= 105, \\ 105 \times 3 &= 315, \\ 315 - 21 &= 294, \\ 294 \div 9 &= ? \end{aligned}$$

Pero $294$ no es divisible entre $3$ por lo tanto esta cantidad no es un número natural y Hermes solo hace operaciones con números naturales.

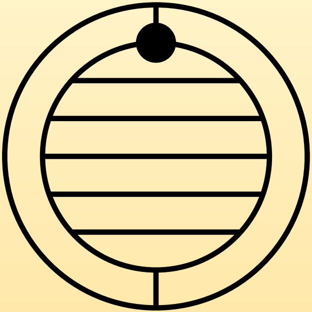
# Avanzado 4.

## Medio-Final

En la figura se muestra el logo de una empresa de autos.

(a) ¿Cuántos colores como mínimo, son necesarios para pintar el logo, teniendo en cuenta que regiones vecinas no pueden tener el mismo color?

(b) Con la cantidad de colores hallada en el ítem anterior, ¿de cuántas formas diferentes se puede pintar el logo?



# Solución

$(a)$ La cantidad mínima de colores necesaria para pintar el logo es $4$, una manera de hacerlo es la siguiente:

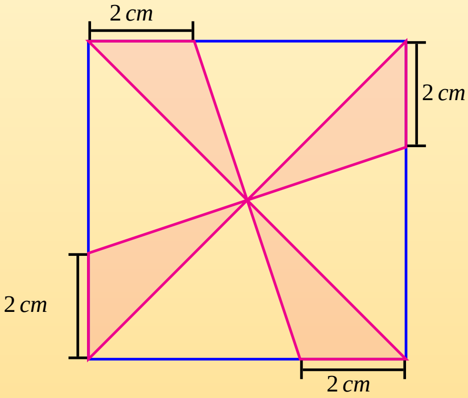
$(b)$ Iniciando, el color de la región izquierda lo podemos elegir de $4$ formas (los $4$ posibles colores), luego como la región derecha es vecina de la región derecha, su color puede elegirse de $3$ formas diferentes (los $3$ colores restantes), finalmente los $2$ colores restantes deben intercalarse en las regiones centrales, es decir estas regiones pueden pintarse de dos formas diferentes, por lo tanto hay $4 \times 3 \times 2 = 24$ formas diferentes de pintar el logo, con $4$ colores.

*Otra solución:* Suponga que los colores son $A$, $B$, $C$ y $D$. Si pintamos la región izquierda del color $A$ entonces dado que las regiones centrales deben colorearse intercalando dos de los colores restantes, estás podrían pintarse de $6$ formas: (B-C-B-C-B-C), (C-B-C-B-C-B), (B-D-B-D-B-D), (D-B-D-B-D-B), (C-D-C-D-C-D), (D-C-D-C-D-C), la región derecha se colorea del color restante. Por lo tanto, si tomamos el color $A$ para la región izquierda tenemos $6$ formas de pintar el logo. De manera análoga, si la región izquierda se pinta del color $B$ se obtienen otras $6$ formas, si se pinta de $C$ otras $6$ y si se pinta de $D$ otras $6$. En total $24$ formas de pintar el logo.
También es factible hacer un bosquejo de las $24$ formas de pintar el logo usando $4$ colores, lo dejamos de ejercicio al lector.

# Avanzado 5.

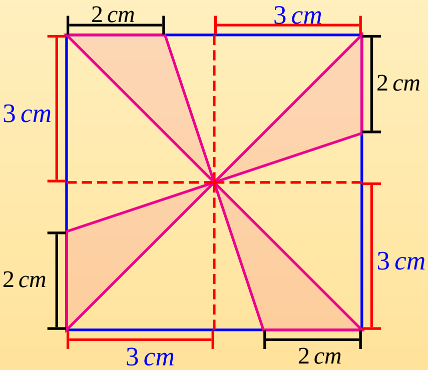
## Medio-Final

Si el cuadrado que se muestra a continuación tiene $24\,cm$ de perímetro, ¿de cuántos centímetros cuadrados es el área sombreada en su interior?



# Solución

Dado que el perímetro del cuadrado es $24\,cm$, entonces cada uno de sus lados mide $6\,cm$. Ahora, note que el vértice común de los cuatro triángulos sombreado es el centro del cuadrado, por lo tanto la altura de cada triángulo respecto a la base que está sobre un lado del cuadrado es $3\,cm$ y así el área de cada triángulo es $\dfrac{2\times 3}{2} = 3\,cm^2$.




Así, el área sombreada es $4\times 3\,cm^2 = 12\,cm^2$.

# Avanzado 6.

## Avanzado-Clasificatoria

¿Cuántos números diferentes se pueden representar en el ábaco, con $5$ aros, si de derecha a izquierda cada barra del ábaco debe tener al menos un aro, hasta colocar el último aro?

# Solución

En total, se pueden representar $16$ números con las condiciones del enunciado, estos son:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11111 | 2111 | 221 | 23 | 311 | 41 | 5 |
| | 1211 | 212 | 32 | 131 | 14 | |
| | 1121 | 122 | | 113 | | |
| | 1112 | | | | | |

# Avanzado 7.

Avanzado-Selectiva

En una veterinaria hay $4$ perros y $3$ gatos. Al pesar los perros de todas las formas posibles en grupos de dos, los pesos son $34\,kg$, $20\,kg$, $32\,kg$, $28\,kg$, $40\,kg$ y $26\,kg$. Los pesos de los gatos en todas las parejas posibles son $9\,kg$, $8\,kg$ y $7\,kg$. ¿Cuál es la diferencia entre el peso total de los perros y el peso total de los gatos?

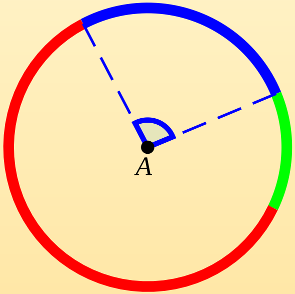
# Solución

Cada perro se pesó tres veces. De modo que, si consideramos la suma de los pesos dados para los perros, $180\,kg$, estamos sumando el peso de cada perro tres veces, así, si dividimos dicha suma entre $3$, tenemos el peso total de los $4$ perros: $60\,kg$. Sucede de manera similar con los gatos, cada uno se pesó dos veces. La suma de los pesos dados para los gatos es $24\,kg$, en esta suma el peso de cada gato está contado dos veces, luego el peso total de los $3$ gatos es $12\,kg$. La diferencia entre el peso total de los perros y el peso total de los gatos es $60 - 12 = 48\,kg$.

# Avanzado 8.

## Avanzado-Selectiva

La piscina del colegio es circular. Según la figura, Darío recorrió la parte de perímetro amarilla, José la azul y Manuel la roja. Darío recorrió $2\,m$, José $4\,m$ y Manuel $12\,m$. $A$ es el centro de la piscina. ¿Cuál es la medida del ángulo destacado?



# Solución

El perímetro de la piscina es $18\,m$, que corresponde a los $360^\circ$ de la circunferencia. Luego cada metro corresponde a $20^\circ$. Como la distancia recorrida por José fue $4\,m$, entonces el ángulo destacado mide $4 \times 20 = 80^\circ$.

# ¡GRACIAS!

Universidad
Industrial de
Santander

**Formulario de Asistencia.**

Agradecemos diligenciar el siguiente formulario con fines de elaboración y envío del certificado de asistencia al taller y posterior contacto.

https://forms.gle/XSBKsKAEPNGeiBHH8