5as Olimpiadas Regionales de Matemáticas

Primaria

Quintas Olimpiadas Regionales de Matemáticas Primaria

Universidad Industrial de Santander

Bucaramanga

2016

Elaboración y edición

Grupo Olimpiadas Regionales de Matemáticas - 2016.

Alexander Holguín Villa

Ana Milena Santamaría Bueno

Andres Fabian Leal Archila

Astrid Katherine Pineda

Carlos Arturo Rodriguez Palma

Fredy Neira Roa

Gerson Leonel Barajas Avila

Jenifer Tatiana Puentes Correa

Jesús David Hernandez

Jesús Fernando Carreño Díaz

Jorge Eliécer Gómez Ríos

Laura Milena Romero Parada

Luis Eduardo Tavera Santamaría

Luis Manuel Ortiz Durán

Silvia Juliana Ballesteros Gualdrón

Yzel Wlly Alay Gómez Espindola

Presentación

En los últimos años, los nuevos planteamientos de la filosofía de las matemáticas, el desarrollo de la educación matemática y los estudios sobre sociología del conocimiento, entre otros factores, han originado cambios profundos en las concepciones acerca de las matemáticas escolares basadas en considerar que el conocimiento matemático constituye una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento.

Las Olimpiadas en Matemáticas en la actualidad son conocidas a nivel internacional por la influencia en la transformación del pensamiento matemático, el crecimiento en las expectativas y el interés en aprender matemáticas por parte de los estudiantes. Generalmente las situaciones problemáticas expuestas en las pruebas exponen al estudiante a temas que no se estudian en la escuela, y éstos incluyen matemática que puede ser motivadora y sorprendente. Así las competencias no solamente prueban de manera directa el conocimiento o las destrezas matemáticas sino también la habilidad que tiene el estudiante de manejar situaciones más allá de experiencias reales.

Las Olimpiadas Regionales de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander buscan recrear el pensamiento matemático de tal forma que todos los niños y las niñas atraídos(as) por el deseo de enfrentar nuevos retos descubran caminos alternos y flexibilicen la exploración de ideas matemáticas de tal manera que su participación permita que tanto el estudiante como el docente puedan apreciar sus logros y juzgar su práctica desde una perspectiva nacional e internacional.

Introducción

La Universidad Industrial de Santander como Institución de educación superior en el ámbito regional tiene como misión esencial educar mediante la generación y difusión de las ciencias, la tecnología, las humanidades y el arte como una clara vocación de servicio a la sociedad favoreciendo la formación integral del ser humano dentro de un espíritu creativo que permita el mejoramiento personal y el desarrollo de una sociedad democrática, tolerante y comprometida con los deberes civiles y los derechos humanos.

Desde sus inicios, la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander ha liderado en forma positiva la actividad matemática del Nororiente del País, no sólo por la calidad reconocida a nivel nacional e internacional de los egresados de sus programas académicos de pregrado sino también por su participación en la formación básica de los estudiantes de la Universidad. Como parte de su responsabilidad académica y su proyección social frente a las diversas dificultades en los procesos de enseñanza-aprendizaje y desarrollo de las habilidades matemáticas en la región, la Escuela de Matemática ha definido un proyecto macro de fortalecimiento de las habilidades matemáticas de la comunidad estudiantil de la región, utilizando para este fin, diferentes actividades académicas entre las que se encuentran el proyecto de semilleros, la creación de diplomados y especializaciones para actualización y/o formación docente, y el proyecto de Olimpiadas Regionales de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander que pretende contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación básica en la región de incidencia de la UIS, a través del desarrollo de las habilidades matemáticas de los estudiantes y la capacitación docente.

Este proyecto es pieza clave para mejorar el nivel matemático de los estudiantes de la región, fortalecer la formación académica de los docentes a nivel primaria y muy posiblemente aumentar el número de licenciados en matemáticas y matemáticos en la región, a partir del conocimiento y puesta en práctica de estrategias que mejoren la efectividad del proceso de planteamiento y resolución de problemas.

Las Olimpiadas se realizan en tres fases, y en tres niveles de acuerdo al grado de escolaridad de los estudiantes; los niveles son: **básico**, para los estudiantes de grado tercero; **medio**, para los estudiantes del grado cuarto y **avanzado**, para los estudiantes de grado quinto de primaria.

La Escuela de Matemáticas a través del grupo de Educación Matemática de la UIS-Edumat reconoce la labor esencial del maestro en el proceso de formación de ciudadanos competentes, por ello brinda tanto a los docentes como a los estudiantes una forma de vincularse a este mundo y en esta oportunidad lo hace presentando esta cartilla.

Este documento se encuentra divido en tres capítulos; en cada uno de estos se presentan los problemas propuestos en las pruebas de la cuarta versión de las Olimpiadas Regionales de Matemáticas para primaria, con sus respectivas soluciones. Esperamos que este material permita introducir, desarrollar y reflexionar algunas temáticas específicas de cada área de las matemáticas en los diferentes sistemas como lo son el numérico-variacional, el geométrico-métrico y el aleatorio.

Índice general

Capítulo 1

Nivel Básico

1.1. Prueba Clasificatoria

1.1.1. Prueba Clasificatoria: 22 de abril

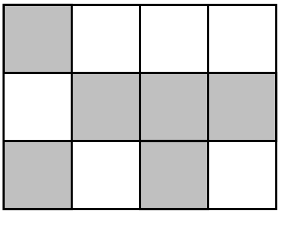
1. En la siguiente sucesión de números naturales hay dos desconocidos:

$$2, 5, 8, 11, \square, \square, 20$$

¿Cuál es el valor de la suma de los tres últimos términos de la sucesión?

(a) 42 (b) 51 (c) 60 (d) 62

2. La siguiente figura corresponde a una cuadrícula, en la que se han sombreado algunos cuadraditos. Es correcto afirmar:



(a) El área sombreada es mayor que el área no sombreada.

(b) El área sombreada es menor que el área no sombreada.

(c) El área sombreada es igual al área no sombreada.

(d) El área sombreada es $6\,cm^2$.

3. La edad de Pedro es un múltiplo de 2 y de 3. Si Pedro nació entre el 2.000 y 2.005, ¿cuántos años tiene Pedro?

(a) 6 (b) 9 (c) 12 (d) 18

4. A la capacitación de Olimpiadas Regionales de Matemáticas asistieron 343 estudiantes. Si hay 67 niños más que niñas, ¿cuántos niños asistieron a la capacitación?

(a) 67 (b) 138 (c) 205 (d) 276

5. La Figura 1 está construída por cubos como el de la Figura 2. ¿Cuántos cubos hay en la Figura 1?

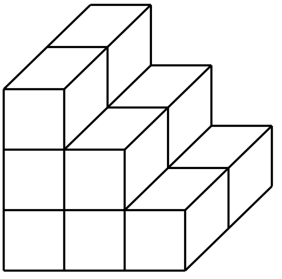


Figura 1

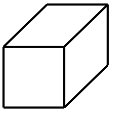


Figura 2

(a) 6 (b) 9 (c) 10 (d) 12

6. María está jugando parqués con su hermano, en su turno lanza los dados (uno rojo y otro verde) y obtiene como resultado 8 puntos. ¿De cuántas formas puede María obtener este resultado?

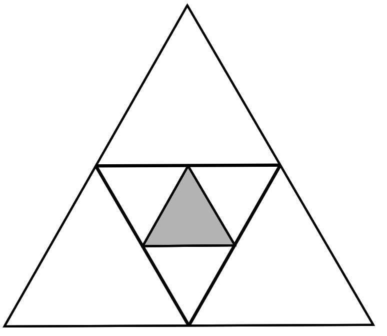
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

7. En la suma que se muestra a continuación, las figuras $\triangle$ y $\bigcirc$ representan números dígitos. Halle $\triangle + \bigcirc =$

$$\begin{array}{cccc} & \triangle & \bigcirc & 7 \\ + & & 5 & \bigcirc \\ \hline & 2 & 2 & 3 \end{array}$$

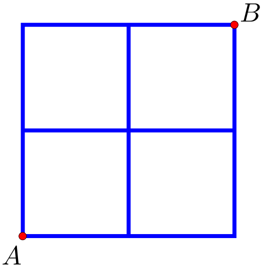
(a) 7 (b) 8 (c) 9 (d) 13

8. En la figura todos los triángulos son equiláteros. Si el área del triángulo sombreado en la figura es de $2\ cm^2$, ¿cuál es el área de la figura?



(a) $8\,cm^2$ (b) $18\,cm^2$ (c) $24\,cm^2$ (d) $32\,cm^2$

9. ¿Cuántos caminos hay para ir del punto A al punto B a través de la siguiente cuadrícula, si cada camino se recorre solo con movimientos hacia la derecha $(\rightarrow)$ y hacia arriba $(\uparrow)$?



(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7

1.1.2. Solución

1. Observando los términos de la sucesión, se determina que los términos consecutivos tienen una diferencia de 3, de esta manera los números faltantes en las casillas vacías son 14 y 17 respectivamente. Los últimos tres términos de la sucesión son $14, 17$ y 20, cuya suma es 51.

2. La figura mostrada es un rectángulo dividido en 12 cuadrados iguales, esto implica que todos los cuadrados tienen la misma área y como hay la misma cantidad de cuadrados sombreados que de no sombreados, se puede afirmar que el área sombreada es igual al área no sombreada.

3. Se sabe que los múltiplos del 2 y del 3 son los mismos múltiplos del 6, entonces la posible solución es un número múltiplo de 6. Sabemos que Pedro nació entre los años 2.000 y 2.005, entonces Pedro debe tener entre 11 y 16 años. Como el único múltiplo de 6 entre 11 y 16 es el 12, de ahí que Pedro tiene 12 años.

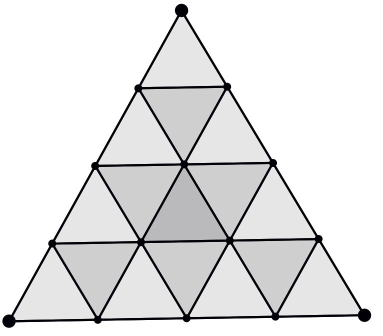
4. En la capacitación asistieron 343 estudiantes. Como hay 67 niños más que niñas, si restamos 67 al número total de asistentes obtenemos 276, donde la cantidad de niños y niñas es la misma, luego si dividimos 276 entre 2 tenemos que hay 138 niñas, y como hay 67 niños más que niñas al final resulta que la cantidad de niños es $138 + 67 = 205$.

5. Como la *Figura 1* está conformada por los mismos cubos tanto en la cara frontal como en la posterior, se deduce que está formada por 12 cubos, ya que se observa que la cara frontal tiene 6 cubos.

6. Nótese que para obtener un resultado de 8 puntos al lanzar un par de dados se pueden tener las siguientes combinaciones en los dados: $(2, 6)$; $(3, 5)$; $(4, 4)$, sin embargo, al tenerse dados distinguibles, cada pareja de números distintos puede verse como un resultado diferente, luego la cantidad de formas de obtener un total de 8 puntos con estos dados es de 5: $(2\ Rojo, 6\ verde)$; $(3\ Rojo, 5\ verde)$; $(4\ Rojo, 4\ verde)$; $(5\ Rojo, 3\ verde)$; $(6\ Rojo, 2\ verde)$, por lo tanto, la opción correcta es la (d).

7. Como $\triangle$ y $\bigcirc$ son números dígitos se tiene que $\bigcirc$ debe ser 6 y $\triangle$ debe ser 1.Así $\triangle + \bigcirc = 7$.

8. Considere la siguiente figura



Observe que el triángulo más grande está dividido en cuatro triángulos congruentes e igualmente cada uno de estos en cuatro triángulos más pequeños, por tanto se tienen $4 \times 4 = 16$ triángulos pequeños de área $2\ cm^2$, es decir que el área del triángulo más grande es $16 \times 2 = 32\ cm^2$.

9. Los 6 caminos posibles son los siguientes:

$$(\rightarrow)(\rightarrow)(\uparrow)(\uparrow)$$
$$(\rightarrow)(\uparrow)(\rightarrow)(\uparrow)$$
$$(\rightarrow)(\uparrow)(\uparrow)(\rightarrow)$$
$$(\uparrow)(\rightarrow)(\rightarrow)(\uparrow)$$
$$(\uparrow)(\rightarrow)(\uparrow)(\rightarrow)$$
$$(\uparrow)(\uparrow)(\rightarrow)(\rightarrow)$$

1.2. Prueba Selectiva

1.2.1. Prueba Selectiva: 13 de mayo

1. Luis lanzó un dado tres veces y al sumar los resultados obtuvo un total de 16 puntos. Es correcto afirmar que:

(a) en uno de los lanzamientos obtuvo 6 puntos.
(b) en dos de los lanzamientos obtuvo 6 puntos.
(c) en los tres lanzamientos obtuvo 6 puntos.
(d) en ninguno de los lanzamientos obtuvo 6 puntos.

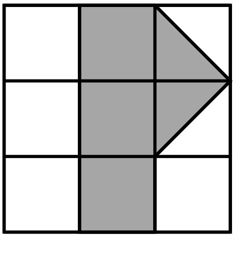
2. Dadas las siguientes letras y sus símbolos,

Letra	A	C	E	N	O	R	T
Símbolo	θ	α	τ	γ	©	π	ξ

¿cómo se simboliza **TERENCE TAO**?

(a) $\tau\xi\gamma\xi\pi$©ξ $\tau\alpha\theta$
(b) $\xi\tau\pi\tau\gamma\alpha\tau$ $\xi\theta$©
(c) $\xi\pi\tau\pi\gamma\alpha\pi$ $\xi\theta$©
(d) $\tau\xi\pi\xi\gamma\alpha\xi$ $\tau\theta$©

3. En la figura, si el lado del cuadrado grande mide $6\ cm$, ¿cuál es el área de la región sombreada?



(a) $4\ cm^2$ (b) $8\ cm^2$ (c) $12\ cm^2$ (d) $16\ cm^2$

Problemas Tipo Ensayo

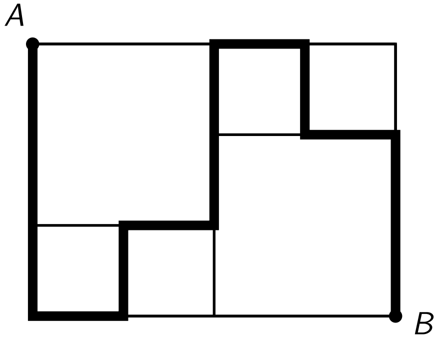
4. Halle la suma de los dígitos del resultado de la siguiente operación:

$$(10 \times 10 \times 10) + (10 \times 10) - 9$$

5. Encuentre el número que debe ir en la posición del símbolo ★.

1	3	5
5	7	9
9	11	★

6. La siguiente figura está construida por cuadrados. Una hormiga se mueve desde el punto A hasta el punto B, siguiendo el camino marcado. Si el lado del cuadrado más grande mide $20\ cm$, ¿cuántos centímetros caminó la hormiga?



1.2.2. Solución

1. Obsérvese que la afirmación en la opción (d) no es correcta, debido a que si no obtuvo en ningún lanzamiento 6 puntos, el puntaje total máximo que pudo obtener Luis al lanzar un dado tres veces es $5+5+5=15$ puntos. Así que, por lo menos, tuvo que haber obtenido 6 puntos en uno de los tres lanzamientos. Por otra parte, si en los tres lanzamientos obtuvo 6, entonces su puntaje total sería 18, por lo cual la opción (c) también es incorrecta. Por lo tanto, la afirmación correcta es la de la opción (a).

2. Según la nomenclatura determinada en el problema, Terence Tao se escribe $\xi\tau\pi\tau\gamma\alpha\tau$ $\xi\theta$©, lo cual corresponde a la opción (b).

3. Como el lado del cuadrado grande mide $6\,cm$ su área es $6\times 6=36\,cm^2$, la cual esta distribuida en 9 regiones cuadradas cada una con $4\,cm^2$ de área. Por otro lado se tiene que la región sombreada esta compuesta por tres cuadrados pequeños y dos triángulos, como los triángulos tienen dos lados con igual medida que el lado del cuadrado pequeño y su tercer lado es la diagonal de un cuadrado pequeño se puede concluir que los dos triángulos juntos tienen la misma área que un cuadrado pequeño. Esto permite concluir que el área de la región sombreada es igual al área de cuatro cuadrados pequeños, de aquí que el área sombreada es $4\times 4=16\,cm^2$.

4. Una forma sencilla de resolver este problema es realizar primero la operación, teniendo en cuenta el orden de las operaciones internas:

$$(10\times 10\times 10)+(10\times 10)-9=(100\times 10)+100-9=1000+91=1091.$$

Por tanto la suma de los dígitos del resultado de la operación es 11.

5. Un posible patrón que se observa en el arreglo es el siguiente: partiendo desde la casilla superior derecha, se aumenta 2 a la derecha y 4 hacia abajo. Luego un posible valor para ★ es 13.

6. La figura está formada por cuadrados y cada lado de los cuadrados más grandes mide $20\,cm$, entonces se puede deducir que el lado de los cuadrados pequeños mide $10\,cm$. Note que, la hormiga recorre 3 veces el lado del cuadrado grande y 7 veces el lado del cuadrado pequeño, de ahí que la hormiga recorrió $3\times 20+7\times 10=130\,cm$.

1.3. Prueba Final

1.3.1. Resultados

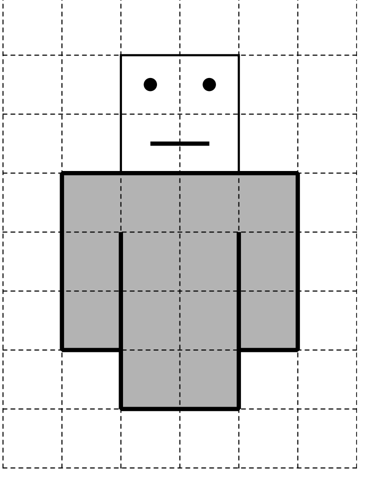
Cuadro de Resultados				
Nombre	**Colegio / Institución**	**Municipio**	**Posición**	**Mención**
Santiago Rincón Vila	Gimnasio San Diego	Bucaramanga	1	Oro
Jose Daniel Pulido Villamizar	Colegio Pedagógico Comfenalco	Bucaramanga	2	Plata
Nicolás Daniel Báez Carreño	Colegio Pedagógico Comfenalco	Bucaramanga	3	Bronce
Juan David Landazábal Rangel	Colegio Bilingüe Divino Niño	Bucaramanga	4	
María Paula Bárragan Chaves	Colegio Santo Domingo Savio	Barbosa	5	

1.3.2. Prueba Final: 4 de junio

1. Un número S se llama "**SUPER**" si cumple que: al sumar los dígitos de cuatro veces el número $(4 \times S)$ el resultado es el mismo número (S). Por ejemplo, 3 es **SUPER** pues la suma de los dígito de $4 \times 3 = 12$ es $1 + 2 = 3$. ¿Cuántos números **SUPER** hay en los números del 1 al 20?

2. Una bolsa tiene 2.016 caramelos. Si Daniela saca 1.000 caramelos y Carlos saca la mitad de los caramelos que quedan. ¿Cuántos caramelos quedan en la bolsa?

3. El robot de la siguiente figura está construido con cuadrados. Si el perímetro del cuadrado que forma su cabeza es $16\,cm$, halle el perímetro de la región sombreada.



4. Este problema consta de tres enunciados. Tenga en cuenta que el enunciado **II** depende de la respuesta del enunciado **I** y el enunciado **III**, de la respuesta del enunciado **II**. En la hoja de respuestas, escriba el procedimiento y la respuesta de cada enunciado en los recuadros correspondientes.

- **I.** En la familia de Javier todos tienen dos hijos, excepto sus primos. ¿Cuántos nietos tiene el abuelo de Javier?
- **II.** La suma de las edades de los nietos del abuelo de Javier es 36. Si la edad de cada nieto es un número primo distinto, menor que 17, ¿cuáles son las edades de los nietos del abuelo de Javier?
- **III.** El abuelo de Javier tiene una huerta cuadrada, cuyo perímetro (en metros) coincide con la diferencia de las edades de sus nietos mayor y menor. ¿cuál es el área de la huerta?

1.3.3. Solución

1. Los números del 1 al 20 que cumplen las condiciones dadas son 4 en total, a saber: 3, 6, 9 y 12, pues
$4 \times 3 = 12$ y $1 + 2 = 3$
$4 \times 6 = 24$ y $2 + 4 = 6$
$4 \times 9 = 36$ y $3 + 6 = 9$
$4 \times 12 = 48$ y $4 + 8 = 12$.

2. Como Daniela saca 1.000 caramelos entonces quedan 1.016, luego Carlos saca la mitad de los que quedan, es decir, $1.016 \div 2 = 508$, por lo tanto, en la bolsa queda la misma cantidad que saco Carlos, 508 caramelos.

3 Ya que el perímetro de la cabeza del robot (formada por 4 cuadrados de lados todos iguales) es de $16\ cm$, se tendrá que cada lado formado por las cuadrículas mide $2\ cm$. Ahora, como el perímetro de la región sombreada está formada por 16 de los lados de la cuadrícula, se tendrá que el perímetro de la figura es equivalente a $16 \times 2\ cm = 32\ cm$.

4

I. El abuelo de Javier tiene dos hijos, y cada uno de ellos también tiene dos hijos, por lo tanto el abuelo de Javier tiene 4 nietos.

II. Descomponiendo a 36 como suma de 4 números primos se tiene: $36 = 5 + 7 + 11 + 13$, luego las edades de los nietos son: $5, 7, 11$ y 13.

III. El perímetro de la huerta es $13 - 5 = 8\,m$. Dado que la huerta es cuadrada entonces cada lado mide $\frac{8}{4} = 2\,cm$. Así que el área es $2 \times 2 = 4\,m^2$.

Capítulo 2

Nivel Medio

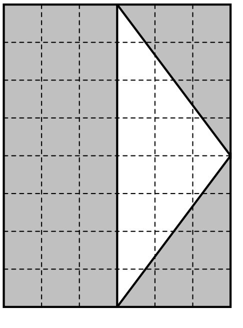
2.1. Prueba Clasificatoria

2.1.1. Prueba Clasificatoria: 22 de abril

1. La suma de las edades de Jhon y María es 8. Si la edad de ninguno de ellos es un número primo ni cero, se puede afirmar que:

(a) Jhon y María nacieron el mismo año.
(b) Jhon y María tienen la misma edad.
(c) La edad de Jhon es mayor que la edad de María.
(d) La edad de Jhon es menor que la edad de María.

2. En la siguiente figura la cuadrícula esta formada por cuadrados de lado $1\,cm$, ¿cuál es el área no sombreada?



(a) $12\,cm^2$ (b) $24\,cm^2$ (c) $36\,cm^2$ (d) $48\,cm^2$

3. María está jugando parqués con su hermano, en su turno lanza los dados (uno rojo y otro verde) y obtiene como resultado 8 puntos. ¿De cuántas formas puede María obtener este resultado?

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

4. Camilo compró 5 chocolatinas por $\$3.500$, Laura compró en la misma tienda 4 chocolatinas, pero por ser el día de la mujer ella recibió el $50\,\%$ de descuento. ¿Cuánto ahorró Laura?

(a) $\$700$ (b) $\$1.400$ (c) $\$1.750$ (d) $\$2.800$

5. Calcule el volumen del solido cuyas vistas frontal y posterior están representados en la Figura 1 y se construye con cubos como los de la figura 2. Si el volumen de cada cubo es $3\,cm^3$, ¿cuál es el volumen del sólido?

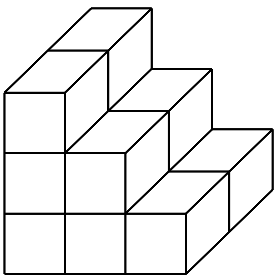


Figura 1.

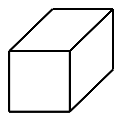


Figura 2.

(a) $15\,cm^3$ (b) $21\,cm^3$ (c) $24\,cm^3$ (d) $36\,cm^3$

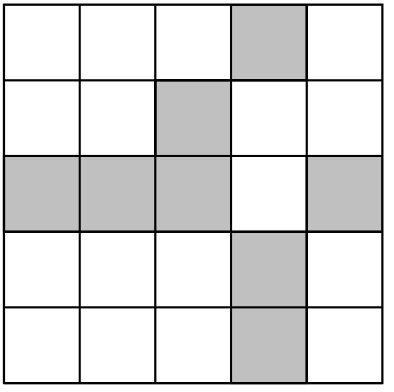
6. ¿Cuántos números menores que 30 hay cuyos divisores primos son 2 y 3?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

7. El auditorio Luis A. Calvo tiene 1.008 sillas. Si por cada 3 sillas ocupadas hay 1 vacía, ¿cuántas personas hay en el auditorio?

(a) 252 (b) 504 (c) 756 (d) 1.008

8. Si el área de la figura sombreada es $8\,cm^2$, ¿cuál es su perímetro?



(a) $12\,cm$ (b) $24\,cm$ (c) $48\,cm$ (d) $32\,cm$

9. José, Juan y Daniel entrenan en la misma escuela de fútbol. Daniel entrena cada 2 días, Juan cada 3 días y José cada 4 días. Si hoy están todos entrenando, ¿cuántos días pasarán hasta la próxima vez que se encuentren en entrenamiento?

(a) 6 (b) 12 (c) 18 (d) 24

2.1.2. Solución

1. La suma de las edades de Jhon y María es 8. Las formas como podemos obtener 8 sumando dos números naturales, es usando las parejas de números: 1 y 7, 2 y 6, 3 y 5, 4 y4, pero dado que la edad de ninguno es un número primo solo nos queda la pareja 4 y 4 de aquí podemos afirmar que Jhon y María tienen la misma edad.

2. La figura no sombreada es un triángulo con $8\,cm$ de base y su altura correspondiente es $3\,cm$, por lo tanto, su área es:

$$\frac{8\,cm \times 3\,cm}{2} = 12\,cm^2.$$

3. Para saber de cuántas formas se puede obtener 8 puntos tras lanzar dos dados basta revisar las parejas de números naturales cuya suma es 8. Estas parejas son $(1,7)\,,\,(2,6)\,,\,(3,5)\,,\,(4,4)$, sin embargo, la pareja $(1,7)$ no sirve porque 6 es la máxima cantidad de puntos en una cara del dado. Ahora bien, como los dados son de colores distintos, la pareja $(2 - Rojo,\,6 - Verde)$ es diferente de la pareja $(6 - Rojo,\,2 - Verde)$. Entonces hay 5 formas de obtener 8 puntos con esos dos dados.

4. Como Camilo pagó $\$3.500$ por 5 chocolatinas, cada una costó $\$700$. Laura compró 4 chocolatinas, las cuales valdrían $4 \times \$700 = \$2.800$, pero como ella recibió el $50\,\%$ de descuento, solo pagó $\$1.400$.

5. Observe que la Figura 1 está construida en su totalidad por 12 cubos como el que se muestra en la Figura 2. Ahora, teniendo en cuenta que cada cubo tiene un volumen de $3\,cm^3$, entonces se concluye que el volumen de la Figura 1 es $12 \times 3\,cm^3 = 36\,cm^3$.

6. Observe que el primer número en el que aparece 2 y 3 en su descomposición en factores primos es 6. Todos los múltiplos de 6 tendrán en su descomposición al 2 y al 3. Por tanto, los números que cumplen con las condiciones son los 4 múltiplos positivos de 6 menores que 30.

7. Si por cada 3 sillas ocupadas hay 1 vacía, entonces la cuarta parte de la cantidad total de sillas debe estar vacía y el resto ocupadas. Así, hay $\dfrac{1.008}{4} = 252$ sillas vacías y $1008 - 252 = 756$ sillas ocupadas.

8. A contar los cuadrados que conforman la región se encuentra que son 8. Además, el área de dicha región sombreada es de $8\ cm^2$, lo que significa que cada cuadrado tiene $1\ cm^2$ de área, es decir, sus lados miden $1\ cm$. Así, al contar el número de lados de cuadrados que conforman el perímetro se tendrá que el valor del perímetro de la figura sombreada es $24\ cm$.

9. Si se halla la descomposición en factores primos, se observa que Luego, el míni-

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

mo común múltiplo de los tres números es 12, es decir ellos se reencuentran en el entrenamiento a los 12 días.

2.2. Prueba Selectiva

2.2.1. Prueba Selectiva: 13 de mayo

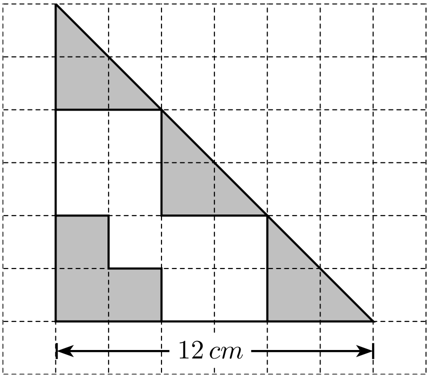
1. ¿Cuál de los siguientes números es la suma de tres números naturales consecutivos?

(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13

2. En una tienda, con el dinero que se compran 2 pasteles, se pueden comprar 5 galletas y con el dinero que se compra una galleta se pueden comprar 4 dulces. Con el dinero que se compra un pastel, ¿cuántos dulces se pueden comprar?

(a) 5 (b) 10 (c) 20 (d) 40

3. El área sombreada en la siguiente figura es:

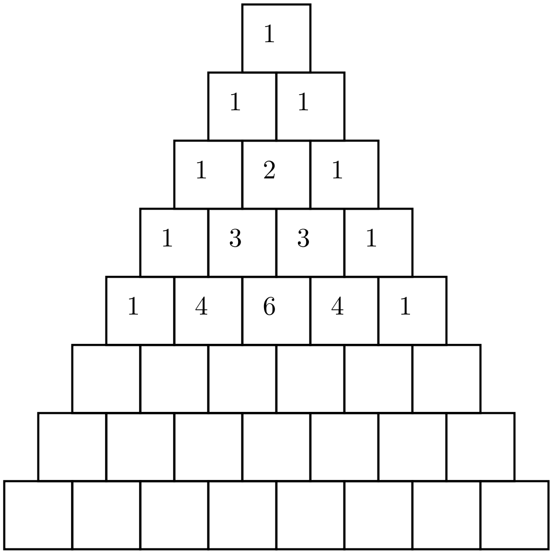


(a) $9\ cm^2$ (b) $18\ cm^2$ (c) $27\ cm^2$ (d) $36\ cm^2$

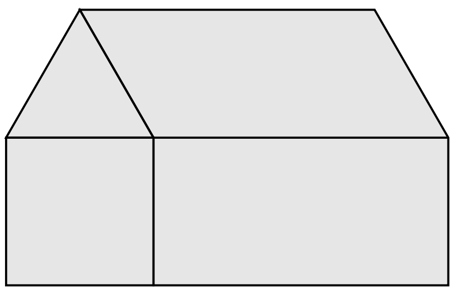
Problemas Tipo Ensayo

4. La edad de Manuel es la suma de los divisores primos del área de un cuadrado de $24\ cm$ de perímetro. ¿Cuál es la edad de Manuel?

5. Complete la siguiente figura y halle la suma de los números en la última fila.



6. José dibuja una casa usando un cuadrado, un triángulo equilátero, un rectángulo y un paralelogramo (ver figura). Si los lados del rectángulo son $3\ cm$ y $6\ cm$ respectivamente, ¿cuál es el perímetro del dibujo?



2.2.2. Solución

1. Sea n como el menor de los tres números naturales consecutivos, entonces los tres números buscados serán $\{n, n+1, n+2\}$, de los cuales, el resultado de su suma es un múltiplo de 3: $n + (n+1) + (n+2) = 3(n) + 3 = 3(n+1)$, de modo que el único número que satisface la condición es 12.

2. Note que con el dinero con el que se compra 1 galleta, se puede comprar $\frac{2}{5}$ de pastel, de esta manera el dinero con el que se compra $\frac{2}{5}$ de pastel alcanza para comprar 4 dulces. Con esto se puede concluir que con el dinero que se compra $1 = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ pastel, se pueden comprar $4 + 4 + 2 = 10$ dulces.

3. Como la base del triángulo mide 12 cm y está formada por 6 cuadrados, se tiene que cada cuadrado tiene por lado 2 cm. Entonces cada cuadrado tiene un área de $2 \times 2 = 4\ cm^2$. Se observa que con la parte sombreada se pueden formar 9 cuadrados, por lo tanto el área sombreada es $9 \times 4 = 36\ cm^2$.

4. Un cuadrado con $24\,cm$ de perímetro tiene lado igual a $6\,cm$ y por tanto su área igual a $36\,cm^2$. Como los divisores primos de 36 son 2 y 3, se tiene que la edad de Manuel es 5 años.

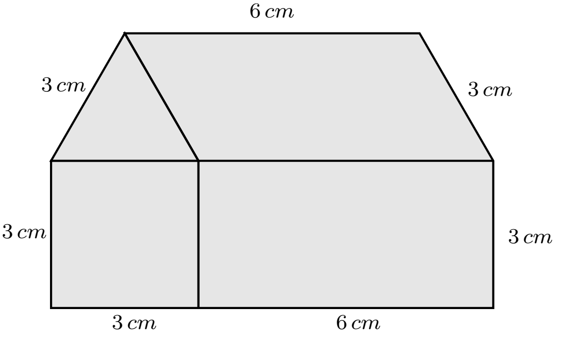
5. Se completa la figura de la siguiente manera:

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

Finalmente, se suman los resultados obtenidos en la última fila:

$$1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128.$$

6. Como el rectángulo comparte el lado que mide $3\,cm$ con el cuadrado, se tiene que cada lado del cuadrado mide $3\,cm$. Ahora, cada lado del triángulo equilátero mide también $3\,cm$, ya que un lado del triángulo es compartido con el cuadrado. Además, el paralelogramo que compone el techo comparte el lado del rectángulo que mide $6\,cm$. Por lo anterior, a continuación se ilustran las medidas de los segmentos de que confirman el perímetro de la figura:



Por lo tanto, el perímetro es $3+3+3+6+3+3+6=27\,cm$.

2.3. Prueba Final

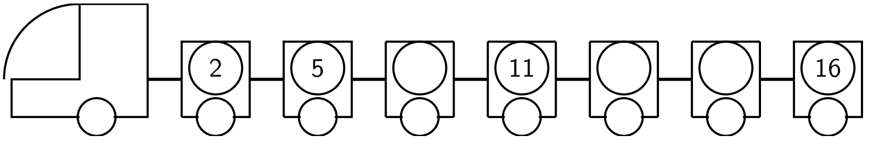
2.3.1. Resultados

Cuadro de Resultados				
Nombre	**Colegio / Institución**	**Municipio**	**Posición**	**Mención**
Diego Alejandro Lozano Duarte	Gimnasio San Diego	Bucaramanga	1	Oro
Alejandro Suárez	Colegio Pedagógico Comfenalco	Bucaramanga	2	Plata
Letizia Prada Landinez	Aspaen Gimnasio Cantillana	Floridablanca	3	Bronce
Juan Esteban Mantilla Núñez	Colegio Bilingüe Divino Niño	Bucaramanga	4	
Jose Alberto Herrera Castañeda	Institución Jorge Ardila Duarte	Bucaramanga	5	

2.3.2. Prueba Final: 4 de junio

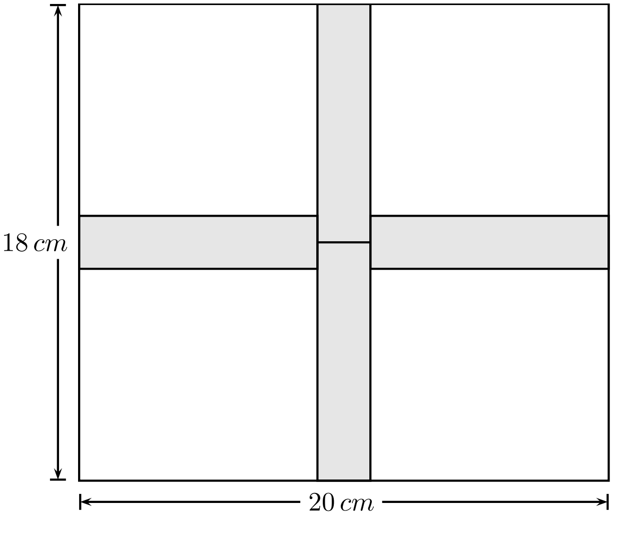
1. ¿De cuántas formas se puede llenar, con números naturales, los vagones del tren que se muestra en la figura? Si se sabe que:

- ✓ los números aumentan de izquierda a derecha.
- ✓ la suma de todos los números en los vagones es 68.
- ✓ en el tercer vagón debe ir un número primo.



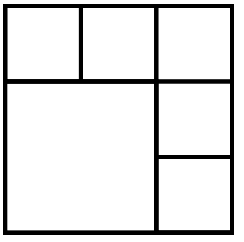
2. La edad de Pedro es el producto de las longitudes de todos los lados de un rectángulo cuyo perímetro es $10\,cm$. Si la longitud de cada lado es un número primo, en centímetros, ¿cuál es la edad de Pedro?

3. En el siguiente rectángulo, los rectángulos sombreados son iguales. Halle el área de la región sombreada.



4. Este problema consta de tres enunciados. Tenga en cuenta que el enunciado **II** depende de la respuesta del enunciado **I** y el enunciado **III**, de la respuesta del enunciado **II**. En la hoja de respuestas, escriba el procedimiento y la respuesta de cada enunciado en los recuadros correspondientes.

I. La figura está dividida en un cuadrado grande y 5 cuadrados pequeños. El perímetro del cuadrado grande es de $24\ cm$. ¿Cuál es el perímetro de la figura?



II. El número de caramelos en una bolsa coincide con el valor del perímetro hallado en el ítem anterior. Si Daniela saca 10 caramelos y Carlos saca la mitad de los caramelos que quedan. ¿Cuántos caramelos quedan en la bolsa?

III. Carlos afirma que la cantidad de caramelos que quedan en la bolsa corresponde a un número primo mayor que 17. ¿Es correcta la afirmación de Carlos?

2.3.3. Solución

1. Como los vagones aumentan de izquierda a derecha, en el tercer vagón solo puede ir un número primo mayor que 5 y menor que 11, luego el número debe ser 7. Ahora, como la suma de los vagones debe ser 68, se tiene que:

$$\begin{aligned} 2+5+7+11+x+z+16 &= 68, \\ 41+x+z &= 68. \end{aligned}$$

Igualmente como van creciendo x y z deben ser números mayores que 11 y menores que 16, es decir, deben ser 12 o 13 o 14 o 15 y como la suma debe dar 68, solo hay dos posibilidades. Las dos posibilidades son $x = 12$ y $z = 15$ o $x = 13$ y $z = 14$.

2. Si el perímetro del rectángulo es $10\,cm$, entonces el ancho y el largo deben sumar $5\,cm$. Pero, la longitud de cada lado es un número primo y la única forma de escribir a 5 como la suma de dos números primos es $2 + 3$, entonces la edad de Pedro es $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ años.

3. De la figura se observa que el alto del rectángulo grande mide dos veces el alto de uno sombreado, por lo tanto el alto de cada rectángulo sombreado es $18 \div 2 = 9\ cm$. Por otra parte, en la figura se observa que el ancho del rectángulo grande mide dos veces el alto más una vez el ancho de un rectángulo sombreado. Es decir, el ancho de un rectángulo sombreado mide $20 - 18 = 2\ cm$. Por lo tanto, el área de cada rectángulo sombreado es $9 \times 2 = 18\ cm^2$. Como el área sombreada está formada por cuatro de estos rectángulos, se obtiene que el área sombreada es $4 \times 18 = 72\ cm^2$.

4.

I. El perímetro del cuadrado grande es de $24\,cm$, entonces cada uno de sus lados mide $6\,cm$. Ahora, en la figura se puede observar que cada lado de los cuadrados pequeños es la mitad del lado del cuadrado grande, es decir cada uno mide $3\,cm$. Por lo tanto, cada lado de la figura grande mide $6\,cm + 3\,cm = 9\,cm$ y así, el perímetro deseado es de $4 \times 9\,cm = 36\,cm$.

II. Se tienen 36 dulces en la bolsa, Daniela saca 10, entonces quedan 26. Después Carlos saca la mitad de estos, es decir, $\dfrac{26}{2} = 13$ dulces y por lo tanto quedan $26 - 13 = 13$ dulces en la bolsa.

III. La afirmación es falsa porque aunque 13 es un número primo, este no es mayor que 17.

Capítulo 3

Nivel Avanzado

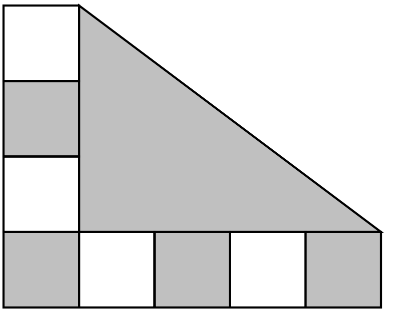
3.1. Prueba Clasificatoria

3.1.1. Prueba Clasificatoria: 22 de abril

1. Carlos recibe para el descanso el doble del dinero que recibe Ana, Sonia recibe cada día $\$1.000$ más que Ana. Si Carlos recibe $\$10.000$ cada semana (de lunes a viernes), ¿cuánto dinero recibe semanalmente Sonia?

(a) $\$2.000$ (b) $\$6.000$ (c) $\$10.000$ (d) $\$20.000$

2. En la siguiente figura, el área de cada cuadrado es $4\,cm^2$. El valor del área de la región sombreada en cm^2 es:



(a) 16 (b) 24 (c) 28 (d) 40

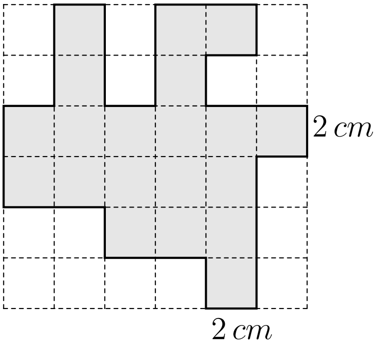
3. ¿Cuántos números de tres cifras hay tales que las unidades son la mitad de las decenas y la tercera parte de las centenas?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

4. El edificio de Pepito tiene 400 apartamentos, de estos el $15\,\%$ tienen dos habitaciones y el resto de ellos tienen tres habitaciones. ¿Cuántas habitaciones tiene el edificio?

(a) 800 (b) 860 (c) 1.140 (d) 1.200

5. ¿Cuál es el perímetro de la siguiente figura dibujada sobre una cuadrícula?



(a) 20 (b) 30 (c) 40 (d) 60

6. Jairo quiere ordenar sus cuatro carros (rojo, verde, azul y negro) en una fila. ¿De cuántas formas puede ordenarlos, si el carro azul siempre se ubica de segundo?

(a) 1 (b) 3 (c) 6 (d) 12

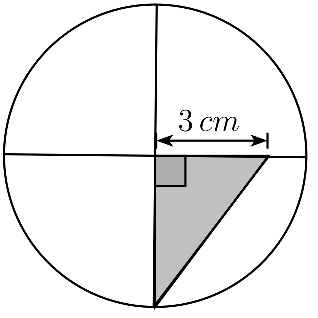
7. La calculadora de Camilo realiza una operación especial "✠". Así, si Camilo opera los números a y b obtiene lo siguiente:

$$a \maltese b = (a \times b) - b.$$

Por ejemplo, $5 \maltese 3 = (5 \times 3) - 3 = 12$. Si Camilo empieza operando 2 con 1, y cada vez el resultado obtenido lo opera con 1. ¿Cuántas veces debe realizar esta operación para obtener como resultado 0?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

8. Si el área del triángulo es $6\ cm^2$, ¿cuál es el diámetro de la circunferencia?



(a) 2 (b) 4 (c) 8 (d) 12

9. ¿Cuántos números hay entre 10 y 20 (inclusive), tales que la suma de sus dígitos es un número primo?

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

3.1.2. Solución

1. Como Carlos recibe semanalmente $\$10.000$ entonces diariamente recibe $\$10.000 \div 5 = \$2.000$, ahora bien, como Ana recibe la mitad de esto, a ella le dan diariamente para su descanso $\$2.000 \div 2 = \$1.000$, y Sonia recibe $\$1.000$ más que Ana, es decir, $\$1.000 + \$1.000 = \$2.000$ diariamente, lo que sería $\$1.000 \times 5 = \$10.000$ semanalmente.

2. Dado que cada cuadrado tiene un área de $4\ cm^2$, se tiene que cada uno de sus lados mide $2\ cm$, de modo que la base y la altura del triángulo en la figura miden $8\ cm$ y $6\ cm$ respectivamente. En consecuencia, el área de la región sombreada está dada por

$$4 \times (4\ cm^2) + \frac{8\ cm \times 6\ cm}{2} = 16\ cm^2 + 24\ cm^2 = \ 40\ cm^2$$

.

3. Sea abc el número de tres cifras, se tiene que $c = \dfrac{b}{2}$ y $c = \dfrac{a}{3}$, luego $b = 2 \cdot c$ y $a = 3 \cdot c$. Así: $\begin{matrix} a & b & c \\ 3c & 2c & c \end{matrix}$ Luego las posibles opciones son: 321,642 y 963, no hay más ya que si no, no sería un número de tres cifras.

4. Se calcula el $15\,\%$ de los 400 apartamentos de la siguiente manera,

$$100\,\% \rightarrow 400\ apartamentos$$

$$15\,\% \rightarrow x\ apartamentos$$

se tiene que $x = \frac{15 \times 400}{100} = 15 \times 4 = 60$, es decir hay 60 apartamentos de dos habitaciones, por tanto hay $60 \times 2 = 120$ habitaciones. Los apartamentos restantes son $400 - 60 = 340$ los cuales tienen tres habitaciones, entonces esos apartamentos tienen $340 \times 3 = 1.020$ habitaciones. En total se tiene $120 + 1.020 = 1.140$ habitaciones en el edificio.

5. Teniendo en cuenta que los cuadrados de la cuadrícula son de lado $2\,cm$ y que el contorno de la figura esta compuesta por 30 segmentos de igual longitud que el lado de un cuadrado en la cuadrícula, se puede concluir que el perímetro de la figura sombreada $30 \times 2 = 60\,cm$.

6. Solución 1: Las posibles formas de ordenar los cuatro carros de distintos colores, teniendo en cuenta que el azul siempre va de segundo en la fila, son 6 en total, como se observa a continuación:

1. rojo, **azul**, verde, negro.
2. rojo, **azul**, negro, verde.
3. verde, **azul**, rojo, negro.
4. verde, **azul**, negro, rojo.
5. negro, **azul**, rojo, verde.
6. negro, **azul**, verde, rojo.

Solución 2: Dadas las condiciones, por el principio de multiplicación, se tiene que las posibles formas de ordenar los cuatro carros son

$$\underline{\ 3\ } \times \underline{\ \mathbf{1}\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 1\ } = 6.$$

7. Camilo sólo debe realizar esta operación dos veces:

1. Cuando opera a 2 con 1 obtenemos:

$$2 \maltese 1 = 2 \times 1 - 1 = 2 - 1 = 1.$$

2. Luego, debemos operar el resultado anterior, 1, con 1:

$$1 \maltese 1 = 1 \times 1 - 1 = 1 - 1 = 0.$$

8. Según la figura el triángulo tiene un ángulo de $90°$, luego este es un triángulo rectángulo y uno de sus catetos mide $3\,cm$, si este cateto se considera la base del triángulo entonces su altura correspondiente mide $4\,cm$ dado que $\dfrac{4cm \times 3cm}{2} = 6\,cm^2$. Ahora bien, esta altura coincide con el otro cateto del triángulo y a su vez con un radio de la circunferencia, entonces el radio mide $4\,cm$ y como el diámetro es el doble del radio, se tiene que mide $4 \times 2 = 8\,cm$.

9. La suma de los dígitos de los números del 10 al 19 son los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y la suma de los dígitos del número 20 es 2. Por lo tanto, hay 5 números que cumplen las condiciones.

Número	Suma de dígitos
10	1
11	2
12	3
13	4
14	5
15	6
16	7
17	8
18	9
19	10
20	2

3.2. Prueba Selectiva

3.2.1. Prueba Selectiva: 13 de mayo

1. ¿Cuántos números de tres cifras cumplen que el dígito de las unidades es la suma de los dígitos de las decenas y las centenas?

(a) 27 (b) 36 (c) 45 (d) 54

2. Pedro camina en total 3 horas, cada media hora se detiene a descansar 10 minutos. Si Pedro sale a las $11:40$ $a.m.$, ¿a qué hora llega?

(a) $12:10$ pm (b) $2:40$ pm (c) $3:30$ pm (d) $3:40$ pm

3. ¿Cuál es el área de un cuadrado cuyo lado es 2 cm menor que el lado de un cuadrado de perímetro 28 cm?

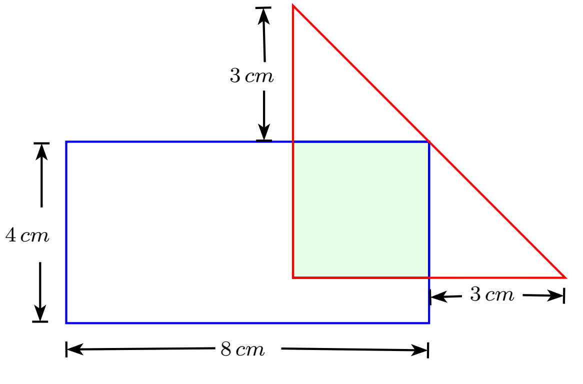
(a) 20 cm^2 (b) 81 cm^2 (c) 25 cm^2 (d) 49 cm^2

Problemas Tipo Ensayo

4. La clave que Julio le puso a su caja fuerte tiene las siguientes características: La suma de sus cuatro dígitos es 9; la clave es un múltiplo de 5 mayor que 2.000, y ningún dígito en ella es cero. ¿Cuál tercer dígito de la clave?

5. Juan compró una camisa por el $25\,\%$ del precio que compró un pantalón. Si él pagó $\$110.000$ por ambas prendas, ¿cuánto pagó solo por la camisa?

6. Un rectángulo y un triángulo isósceles se solapan formando un cuadrado, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



3.2.2. Solución

1. Para contar cuántos números cumplen la condición dada, se fijará un número en la cifra de las unidades y se identificarán las parejas de números tal que su suma es el número fijado, como sigue a continuación:

- Si el 1 está en la cifra de las unidades entonces la única pareja que sirve es $(1,0)$, y dado que cero no puede ir en la cifra de las centenas porque los números son de tres cifras, entonces en este caso se tiene un solo número de tres cifras.

- Si el 2 está en la cifra de las unidades entonces las parejas que sirven son $(2,0)\,,\,(1,1)$, entonces en este caso se tienen 2 números de tres cifras.

- Si el 3 está en la cifra de las unidades entonces las parejas que sirven son $(3,0)\,,\,(2,1)\ (1,2)$. Entonces para este caso se tienen 3 números de tres cifras.

- Si el 4 está en la cifra de las unidades entonces las parejas que sirven son $(4,0)\,,\,(3,1)\,,\,(2,2)\,,\,(1,3)$, luego para este caso se tienen 4 números de tres cifras.

- Si el 5 está en la cifra de las unidades entonces las parejas que sirven son $(5,0)\,,\,(4,1)\,,\,(1,4)\,,\,(2,3)\,,\,(3,2)$, luego para este caso se tienen 5 números de tres cifras.

- Si el 6 está en la cifra de las unidades entonces las parejas que sirven son $(6,0)\,,\,(5,1)\,,\,(1,5)\,,\,(4,2)\,,\,(2,4)\,,\,(3,3)$, luego para este caso se tienen 6 números de tres cifras.

- Si el 7 está en la cifra de las unidades entonces las parejas que sirven son $(7,0)\,,\,(6,1)\,,\,(1,6)\,,\,(5,2)\,,\,(2,5)\,,\,(4,3)\,,\,(3,4)$, luego para este caso se tienen 7 números de tres cifras.

- Si el 8 está en la cifra de las unidades entonces las parejas que sirven son $(8,0)\,,\,(7,1)\,,\,(1,7)\,,\,(6,2)\,,\,(2,6)\,,\,(5,3)\ (3,5)\,,\,(4,4)$, luego para este caso se tienen 8 números de tres cifras.

- Si el 9 está en la cifra de las unidades entonces las parejas que sirven son $(9,0)\,,\,(8,1)\,,\,(1,8)\,,\,(7,2)\,,\,(2,7)\,,\,(6,3)\,,\,(3,6)\,,\,(5,4)$, luego para este caso se tienen 9 números de tres cifras.

Por todo lo anterior, se puede concluir que en total hay 45 números de tres cifras donde la cifra de las unidades es la suma de las cifras de las decenas y centenas.

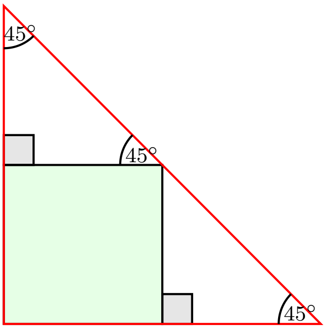
2. Si al caminar 30 minutos descansa 10, por cada 30 minutos que camine pasarán 40 minutos. Como él camina $6 \times 30 = 180$ minutos, es decir 3 horas, pasaron $6 \times 40 = 240$ minutos esto es 4 horas. Pero los 10 minutos después de caminar las 3 horas no se deben tomar en cuenta, por lo tanto desde que inició transcurrieron 3 horas y 50 minutos, entonces llegó a las $3:30$ p.m.

3. Si un cuadrado tiene un perímetro de $28\ cm$, entonces cada lado del cuadrado mide $7\,cm$. Restando $2\,cm$ de $7\,cm$ se obtiene que cada lado del cuadrado al que se le quiere calcular el área mide $5\ cm$. Entonces, el área del cuadrado que cumple las condiciones del enunciado es $5\ cm \times 5\ cm = 25\ cm^2$.

4. Sea $abcd$ el orden de la clave. Observe que como es múltiplo de 5 entonces $d = 5$, ya que ningún número de la clave puede ser cero, por lo que $a + b + c = 4$ desde que los cuatro dígitos suman 9. Se puede deducir que como $a \geq 2$, ya que el número es mayor que 2000, entonces la única posibilidad que esto ocurra es que $a = 2,\ b = 1,\ c = 1$. Por lo tanto, la clave es 2115 y el tercer dígito es 1.

5. Si el costo de la camisa es el $25\,\%$ del precio del pantalón se puede decir que la camisa y el pantalón cuestan $125\,\%$ del costo del pantalón lo cual corresponde a $\$110.000$ pues es lo pagado por ambas prendas. Ahora, $125\,\%$ dividido entre 5 es $25\,\%$, por tanto al dividir $\$110.000$ entre 5 se debe obtener lo correspondiente al costo de la camisa, haciendo esta operación se encuentra que la camisa costó $\$22.000$.

6. Se usa la hipótesis de que el triángulo de la figura es isósceles, ya que si se solapan el triángulo y el rectángulo en un cuadrado, entonces todos sus ángulos internos de dicho cuadrado son rectos. Debido a esto dos lados del cuadrado y un cateto del triángulo son paralelos a la base del rectangulo, tomando como base del rectángulo el segmento con mayor longitud. Por transitividad del paralelismo el cateto del triángulo es paralelo a los lados del cuadrado que ya son paralelos a la base del rectángulo. Como el triángulo rectángulo de mayor área es isósceles sus ángulos internos son de $45°$, además estos ángulos están opuestos por paralelas, por tanto se tiene el siguiente bosquejo de medida de los ángulos en la figura:



Ahora resulta que el triángulo más grande es semejante al triángulo más pequeño de la parte superior, debido a que la medida de sus ángulos son iguales. Teniendo esto, se aplica el Teorema de Tales al triángulo más grande con el triángulo de pequeño de la parte superior se tiene:

$$\frac{x}{3} = \frac{x+3}{x+3}.$$

Con x la medida del lado del cuadrado. Así el único valor posible para x es 3, por tanto el área del cuadrado en blanco es el producto de las medidas de sus lados, es decir, $9\ cm^2$. Luego el área sombreada es el área del rectángulo menos el área del cuadrado, en este caso el área del rectángulo resulta ser $32\ cm^2$ debido a que su base es $8\ cm$ y su altura es $4\ cm$. Así el área sombreada es $23\ cm^2$.

3.3. Prueba Final

3.3.1. Resultados

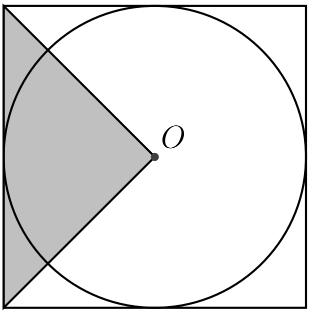
Cuadro de Resultados				
Nombre	**Colegio / Institución**	**Municipio**	**Posición**	**Mención**
Nicolas Rey Cuevas	Colegio San Pedro Claver Infantiles	Bucaramanga	1	Oro
Juan Andrés Rueda Fernandez	Colegio San Pedro Claver Infantiles	Bucaramanga	2	Plata
Aura Mayerly Borrero Sánchez	Inst. Téc. Agropecuario Felipe Cordero	Concepción	3	Bronce
Juan Felipe Hoyos Muñoz	Colegio San Pedro Claver Infantiles	Bucaramanga	4	
Carlos Mario Sarmiento	Colegio San Pedro Claver Infantiles	Bucaramanga	5	

3.3.2. Prueba Final: 4 de junio

1. Las edades de Jorge y Tatiana son divisores primos de 2016. Si tres veces el producto de sus edades es siete veces la suma de los dígitos de 2016, ¿cuál es la edad de cada uno?

2. Luis le dice a un amigo: "*si hace dos días yo tenía seis años, pero el año que viene cumpliré nueve años.*" ¿Qué día cumple años Luis?

3. En la siguiente figura, la circunferencia de centro O está inscrita en el cuadrado. Si el área de la región sombreada es $4\,cm^2$, ¿cuál es el valor del radio de la circunferencia?



4. Este problema consta de tres enunciados. Tenga en cuenta que el enunciado **II** depende de la respuesta del enunciado **I** y el enunciado **III**, de la respuesta del enunciado **II**. En la hoja de respuestas, escriba el procedimiento y la respuesta de cada enunciado en los recuadros correspondientes.

I. Daniel lanzó un dado tres veces y obtuvo un total de 17 puntos. ¿En cuántos lanzamientos obtuvo 6 puntos?

II. La edad de Daniel coincide con el primer múltiplo común entre de la cantidad de lanzamientos en los que obtuvo 6 puntos y el número 5. ¿Cuál es la edad de Daniel?

III. Por cada año de edad de Daniel, su padre le hereda un metro cuadrado de una huerta que tiene forma de cuadrado y el restante lo usa para cultivos. Si el perímetro de la huerta es $20\ m$, ¿cuál es el área cultivada?

3.3.3. Solución

1. Solución 1. Los divisores primos de 2016 son 2, 3 y 7. Por otro lado, siete veces la suma de los dígitos de 2016 es $(7 \times 9) = 63$. Por lo tanto, las únicas edades que cumplen son 7 y 3 dado que $3 \times (7 \times 3) = 63$.

Solución 2. Los divisores primos de 2016 son 2, 3 y 7. Ahora sean a y b las edades de Jorge y Tatiana, entonces según el enunciado se tiene que:

$$\begin{aligned} 3 \times (a \times b) &= 7 \times (2 + 1 + 6)\,, \\ 3 \times (a \times b) &= 7 \times 9, \\ 3 \times (a \times b) &= 63, \\ a \times b &= 21. \end{aligned}$$

Por lo tanto, las edades son 7 y 3 años dado que $7 \times 3 = 21$.

2. Como el siguiente año Luis cumplirá 9 años, en el año actual cumplirá 8 años y el año anterior cumplió 7 años. Dado que dado que en el año que cumplirá 8 años dice que hace dos días tenía 6 años, se concluye que cumplió 7 años el 31 de diciembre del año anterior.

3. Obsérvese que la región sombreada de la figura corresponde a la cuarta parte del área del cuadrado, luego el área del cuadrado es $16\,cm^2$; por lo cual cada lado del cuadrado mide $4\,cm$. Además, como la circunferencia de centro O está inscrita en el cuadrado, se tiene que el radio de la circunferencia mide la mitad de un lado del cuadrado, esto es $2\,cm$.

4.

I. La única forma en la cual se pueda producir el resultado con el lanzamiento de un dado tres veces es que caiga $6,\ 6$ y 5, por lo tanto el número de lanzamientos donde cae 6 es dos.

II. El mínimo común múltiplo de 2 y 5 es 10. Por lo tanto, la edad de Daniel es de 10 años.

III. Dado que la huerta es cuadrada con perímetro $20\ m$, entonces cada lado de la huerta mide $5\ m$, es decir la huerta completa tiene $25\ m^2$. Como a Daniel se le regala un metro cuadrado por año, entonces se le regalan 10 metros cuadrados de la huerta, por lo que finalmente se usan $15\ m^2$ para cultivar.

Bibliografía

[1] JAIME, Flor Elva. Olimpiadas Colombianas de Matemáticas Problemas y Soluciones Primaria 1990-1994. Universidad Antonio Nariño, 1995.

[2] ZULUAGA, Carlos. VIII Semana de la Licenciatura en Matemáticas, Universidad Industrial de Santander.Bucaramanga, 2001.

Diseño e Impresión: DIVISIÓN DE PUBLICACIONES UIS - TEL. 634 8418

INFORMES
Correo: olimpiadas@matematicas.uis.edu.co
Tel: 6344000 ext: 2316-2583-2592, 6450301

Universidad Industrial de Santander

Vicerrectoría Administrativa
Vicerrectoría de Investigación y Extensión