

14

as

Olimpiadas Matemáticas UIS

Primaria 2025

Universidad
Industriale
Santander



Premio José Fernando Escobar, 2025

La Sociedad Colombiana de Matemáticas otorga el Premio José Fernando Escobar a la Investigación en Matemáticas a aquellas personas que hayan sobresalido en su investigación en matemáticas puras o aplicadas, mediante el logro de resultados excepcionales previamente publicados.

Élder Jesús Villamizar Roa

INFORMES

 olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
 Tel.: (607) 6344000, ext.: 2316, 1229
 Olimpiadas Matemáticas UIS



Vicerrectoría Académica
Vicerrectoría Administrativa



VIGILADA MINEDUCACIÓN

14^{as} Olimpiadas Matemáticas UIS

Primaria 2025



Apoyan:

Rectoría, Vicerrectoría Académica, Vicerrectoría Administrativa,
Dirección de Admisiones y Registro Académico, Facultad de Ciencias,
Escuela de Matemáticas, Grupo de Investigación EDUMAT,
Sistema de Excelencia Académica SEA-UIS.



Vicerrectoría Académica
Vicerrectoría Administrativa



VIGILADA MINEDUCACIÓN

Decimocuarta Olimpiadas Matemáticas UIS para primaria



*Universidad Industrial de Santander
Bucaramanga*

2025



Elaboración y edición

Grupo Olimpiadas Matemáticas UIS - 2025.

Director

Grupo de Investigación y Extensión en Educación Matemática

Jorge Enrique Fiallo Leal

Director

Olimpiadas Matemáticas UIS

Gilberto Arenas Díaz

Coordinador

Olimpiadas Matemáticas UIS

Jorge Eliécer Gómez Ríos

Monitores

Ana Gabriela Blanco Cordero

Angel Steven Barcenás Mantilla

Cesar Derian Duval García Padilla

Daniel Eduardo Naranjo Garzón

Daniel Santiago Jaimes Portilla

David Santiago Guzmán Díaz

Edwin José Ávila Landazabal

Javier Mauricio Sierra Villabona

Jefferson Sneyder Moreno Toloza

Johan Andrey Santamaría Ariza

Julián Enrique Neira Díaz

Mateo Rincón Pinzón

Sara Michell Estévez

Introducción

“Ver la felicidad de los niños, la energía de sus profesores y el apoyo de los padres, muchos de ellos que viajaron más de 20 horas para llegar, es indescriptible. Estos esfuerzos, llenos de empatía y esperanza, son una inversión invaluable para la sociedad. Las matemáticas no solo enseñan a resolver problemas, también enseñan a pensar y a tomar buenas decisiones en la vida”.

Élder Jesús Villamizar Roa.

La Universidad Industrial de Santander, como institución de educación superior del ámbito regional, forma ciudadanos como profesionales integrales, éticos, con sentido político e innovadores; apropia, utiliza, crea, transfiere y divulga el conocimiento por medio de la investigación, la innovación científica, tecnológica y social, la creación artística y la promoción de la cultura, buscando de este modo el fortalecimiento de una sociedad democrática, participativa, deliberativa y pluralista, con justicia y equidad social, comprometida con la preservación del medio ambiente y el buen vivir.

En el marco de esta misión institucional, la Escuela de Matemáticas ofrece a la sociedad santandereana y de la región de influencia de la Universidad, un escenario de alta calidad para el cultivo de las matemáticas, promoviendo entre los integrantes de la comunidad académica una actitud creativa y rigurosa, y construyendo un ambiente académico basado en la solidaridad, la empatía y el reconocimiento de los otros en su dignidad humana. Es por esta razón que, desde sus inicios, la Escuela de Matemáticas se ha comprometido con la educación matemática, no solo por la calidad reconocida a nivel nacional e internacional de los egresados de sus programas académicos de pregrado y posgrado, sino también por su participación activa y crucial en la formación de los estudiantes de otros programas de la Universidad.

Como parte de su responsabilidad académica y su proyección social frente a los diversos retos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las habilidades matemáticas en el nororiente colombiano, la Escuela de Matemáticas ha diseñado y ejecutado desde 2009 el proyecto *Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS (ORM-UIS)*, para secundaria y desde 2012 para primaria, a través del fortalecimiento de las

competencias matemáticas de los estudiantes y la capacitación simultánea de los profesores que orientan dichos procesos.

A partir de este año, 2025, el proyecto pasa a denominarse **Olimpiadas Matemáticas UIS - OMU**, porque es ahora una competencia de alcance nacional, que resignifica el rol de la universidad pública en su función de democratizar la ciencia y la pasión por los números, a lo largo y ancho de la geografía nacional, acompañando el interés institucional de abrir programas académicos en otras regiones de Colombia, especialmente, en aquellas en donde el acceso a la educación superior es más retador.

Las OMU abordan los ejes temáticos tradicionales de las olimpiadas matemáticas: teoría de números, geometría, álgebra, combinatoria, lógica o juegos y estrategias, y se estructuran en tres (3) niveles, definidos según el grado de escolaridad de los participantes:

- **Nivel Básico:** grado tercero,
- **Nivel Medio:** grado cuarto,
- **Nivel Avanzado:** grado quinto.

Este documento reúne los retos matemáticos diseñados por el equipo de trabajo de las OMU para las diversas fases de su **Decimocuarta versión**, celebrada durante el año 2025 y dirigida a estudiantes de educación básica primaria. En esta edición, el certamen alcanzó una participación destacada de **13.501 estudiantes** provenientes de **315 instituciones educativas** en **95 municipios** de Colombia, quienes asumieron con entusiasmo el reto de poner a prueba su talento matemático.

En esta versión las OMU, como siempre lo hace con alguien en especial, destacó la vida y obra del matemático colombiano Élder Jesús Villamizar Roa, profesor de carrera de la Universidad Industrial de Santander desde 2010, cuando ingresó ya por su talento joven excepcional. El doctor Villamizar Roa recibió en 2008 el Premio TWAS para Jóvenes Científicos en Países en Desarrollo, en el campo de las matemáticas, otorgado por *The World Academy of Sciences for the advancement of science in developing countries* (TWAS), a través de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (ACCEFYN). El galardón exaltó su investigación teórica sobre ecuaciones diferenciales y lo prefiguró, desde entonces, como un líder en este campo en medio de la comunidad matemática mundial. El profesor Élder, además, recibió en 2025 el Premio José Fernando Escobar, de la Sociedad

Colombiana de Matemáticas. Estos reconocimientos denotan la importancia de las publicaciones del profesor Villamizar, su rigor para investigar y la oportunidad para publicar y hacer conocer sus análisis a los matemáticos del mundo, por lo que es para nosotros, en la UIS, el ejemplo de un matemático global, inspirador de nuevas generaciones de investigadores y apasionados por la ciencia de los números, incluidos, nuestros concursantes más pequeños, con quien tuvo la hermosa oportunidad de compartir y alentar en esta versión del certamen, que es más importante en la medida que celebramos a alguien de la casa.

Este documento consta de tres (3) capítulos, cada uno correspondiente a un nivel de la competencia: nivel básico, nivel medio y nivel avanzado. En cada uno de ellos el lector encontrará los problemas y una solución, de las distintas soluciones que puede tener cada uno. Por esa razón, el equipo de trabajo de las OMU recomienda e incentiva a quien desee enfrentar nuevamente estos problemas, a descubrir y proponer métodos alternativos de solución que se destaquen por su sencillez, ingenio y belleza matemática.

La Escuela de Matemáticas, a través del Grupo de Investigación en Educación Matemática de la UIS (EDUMAT), reconoce la labor esencial del maestro en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las competencias matemáticas de los estudiantes, y por ello elabora esta cartilla para su utilización en el aula de clase, que incluye, también, la preparación y discusión creativa entre pares en los espacios de formación docente. Esperamos que los participantes de la educación básica primaria, los profesores, y cualquier persona interesada en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, disfrute tanto como nosotros lo hicimos, el hermoso y milenar ejercicio del pensamiento matemático.

Las OMU no son una mera competencia, implican una puesta en escena colectiva para que los niños, niñas y adolescentes desplieguen sus capacidades, fortalezcan sus habilidades y se reconozcan como sujetos capaces de enfrentar problemas y solucionarlos. Esto fomenta la autopercepción como sujetos con comprensión de su entorno, y esa es la exigencia que hace hoy la humanidad. Creemos firmemente que allí debemos dirigir todos nuestros esfuerzos, al fortalecimiento de ciudadanías que, gracias al pensamiento crítico que se desarrolla desde el ejercicio matemático, puedan enfrentarse a la diversidad de problemáticas que enfrenta la sociedad actual y que requieren de una mirada no solo crítica, sino, además, creativa para ser solu-

cionadas.

El proyecto OMU agradece y destaca al grupo de estudiantes de Santander y de muchas partes de Colombia que participaron de esta versión, y que han demostrado ser capaces de asumir el reto de pensar y sentir problemas sencillos y bellos de matemáticas, con pasión y con rigor.

Índice general

1. Nivel Básico	1
1.1. Prueba Clasificatoria	1
1.2. Prueba Selectiva	5
1.3. Prueba Final	9
2. Nivel Medio	15
2.1. Prueba Clasificatoria	15
2.2. Prueba Selectiva	19
2.3. Prueba Final	24
3. Nivel Avanzado	29
3.1. Prueba Clasificatoria	29
3.2. Prueba Selectiva	34
3.3. Prueba Final	38
A. Cuadro de Honor	43

Capítulo 1

Nivel Básico

1.1. Prueba Clasificatoria

PROBLEMA 1.

En la granja de Isabell hay varios animales: 3 perros, 2 patos, 6 gallinas y los demás son caballos. Isabell compró 48 brazaletes, uno para cada pata de los animales de la granja. ¿Cuántos caballos tiene Isabell en su granja?

(a) 4

(b) 5

(c) 6

(d) 7

Solución: Primero averigüemos cuántas patas tienen los demás animales (que no son caballos) para saber cuántos brazaletes quedan disponibles para los caballos.

- 3 perros tienen: $3 \times 4 = 12$ patas.
- 2 patos: $2 \times 2 = 4$ patas.
- 6 gallinas: $6 \times 2 = 12$ patas.

En total, estos animales ocupan 28 brazaletes. Por lo tanto, quedan $48 - 28 = 20$ brazaletes para los caballos.

Como cada caballo utiliza 4 brazaletes (uno por cada pata), repartimos los 20 brazaletes en grupos de 4:

$$20 \div 4 = 5.$$

Por lo tanto, Isabell tiene 5 caballos en su granja.

PROBLEMA 2.

La suma de las edades de Daniel y sus dos hermanas, Sara y Victoria, es 25 años. Si Daniel tiene 7 años y sus hermanas son gemelas, ¿cuántos años tiene Sara?

(a) 8

(b) 9

(c) 10

(d) 18

Solución: Restamos la edad de Daniel de la suma total para saber cuántos años suman entre las dos hermanas:

$$25 - 7 = 18 \text{ años.}$$

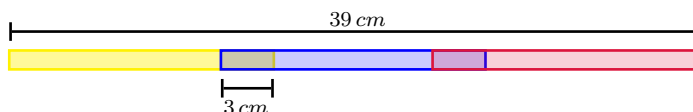
Como Sara y Victoria son gemelas, tienen la misma edad. Dividimos esos 18 años en dos partes iguales:

$$18 \div 2 = 9.$$

Por lo tanto, Sara tiene 9 años.

PROBLEMA 3.

Hermes tiene tiras de papel de colores, todas de la misma longitud. Al pegar tres de ellas, superponiéndolas 3 cm en cada unión, obtiene una tira de 39 cm, como se muestra en la figura:



¿Cuál es la longitud de cada tira de papel?

(a) 11 cm

(b) 13 cm

(c) 15 cm

(d) 16 cm

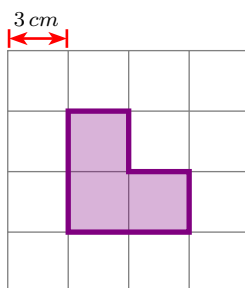
Solución: Al pegar las 3 tiras de papel se forman 2 uniones. Como en cada unión las tiras se superponen 3 cm, con los dos pegues, se pierde en total $2 \times 3 = 6 \text{ cm}$.

Si las tres tiras se colocaran una al lado de la otra sin superponerse, la longitud total sería $39 + 6 = 45 \text{ cm}$.

Pero, como las tres tiras tienen la misma longitud, entonces la longitud de cada tira de papel es $45 \div 3 = 15 \text{ cm}$.

PROBLEMA 4.

Con 12 fichas iguales a la que aparece en la cuadrícula de la figura, Julieta cubrió exactamente todo un tablero cuadrado, sin dejar espacios libres, sin poner ninguna ficha encima de otra y sin salirse del tablero.



Si cada cuadradito de la cuadrícula tiene 3 cm de lado, ¿cuál es el perímetro del tablero cubierto por Julieta?

(a) 72 cm

(b) 36 cm

(c) 18 cm

(d) 24 cm

Solución: Observe que la ficha está formada por 3 cuadraditos y dado que Julieta usó 12 fichas iguales para cubrir todo el tablero, el número total de cuadraditos que componen el tablero es $12 \times 3 = 36$.

Sabemos que el tablero es cuadrado, entonces la cantidad de cuadraditos a lo largo y a lo ancho debe ser la misma. Entonces, el lado del tablero mide 6 cuadraditos (porque $6 \times 6 = 36$).

Como cada cuadradito tiene 3 cm de lado, entonces la longitud del lado del tablero es $6 \times 3 = 18\text{ cm}$.

Finalmente, el tablero tiene 4 lados iguales, entonces su perímetro es: $4 \times 18 = 72\text{ cm}$.

PROBLEMA 5.

Dos granjeros cosecharon la misma cantidad de manzanas cada uno. ¿Cuál de los siguientes números podría ser el total de manzanas que cosecharon entre los dos?

(a) 687

(b) 125

(c) 241

(d) 354

Solución: Como cada uno de los dos granjeros cosechó exactamente la misma cantidad de manzanas, la suma total de las manzanas cosechadas entre los dos debe ser un número par.

Recordemos que los números pares son aquellos que terminan en 0, 2, 4, 6 u 8.

Revisando las opciones:

- 687 termina en 7 (impar).
- 125 termina en 5 (impar).
- 241 termina en 1 (impar).
- 354 termina en 4 (par).

Por lo tanto, el total de manzanas que cosecharon entre los dos granjeros es: 354.

PROBLEMA 6.

La suma de las cifras del número 2025 es $2+0+2+5 = 9$. ¿Cuántos números naturales, mayores que 10 y menores que 100, cumplen que la suma de sus cifras también es 9?

(a) 5

(b) 8

(c) 9

(d) 10

Solución: Un número natural entre 10 y 100 es un número de dos cifras. Buscamos todas las parejas de cifras que sumen 9:

■ $1 + 8 = 9 \rightarrow 18$

■ $6 + 3 = 9 \rightarrow 63$

■ $8 + 1 = 9 \rightarrow 81$

■ $4 + 5 = 9 \rightarrow 45$

■ $2 + 7 = 9 \rightarrow 27$

■ $5 + 4 = 9 \rightarrow 54$

■ $7 + 2 = 9 \rightarrow 72$

■ $9 + 0 = 9 \rightarrow 90$

■ $3 + 6 = 9 \rightarrow 36$

Por lo tanto, hay 9 números naturales mayores que 10 y menores que 100 cuya suma de cifras es 9.

1.2. Prueba Selectiva

PROBLEMA 1.

Un edificio tiene apartamentos numerados del 1 en adelante: 1, 2, 3, 4 ... Si el dígito 7 aparece exactamente 20 veces en los números de los apartamentos. ¿Cuál es el número máximo de apartamentos que puede tener el edificio?

(a) 96

(b) 97

(c) 106

(d) 100

Solución: Primero contamos cuántas veces aparece el dígito 7 al ir numerando los apartamentos a partir del 1:

- En las unidades (7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97), el dígito 7 aparece 10 veces.
- En las decenas (70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79), el dígito 7 aparece otras 10 veces.

Al llegar al número 97, el dígito 7 se ha escrito exactamente $10 + 10 = 20$ veces. Los siguientes apartamentos no llevan el dígito 7:

98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106.

El próximo apartamento que vuelve a incluir el dígito 7 es el 107 (lo que sumaría la aparición número 21). Por lo tanto, el número máximo de apartamentos que puede tener el edificio es 106.

PROBLEMA 2.

Un parque tiene forma rectangular. Se sabe que uno de sus lados mide $\frac{3}{5}$ del otro. Si el lado más largo mide 20 metros, ¿cuál es el perímetro del parque?

(a) 48 metros

(b) 64 metros

(c) 56 metros

(d) 32 metros

Solución: Como el lado más largo del parque mide 20 metros, calculamos el lado más corto hallando la fracción correspondiente:

$$\frac{3}{5} \text{ de } 20 = (20 \div 5) \times 3 = 4 \times 3 = 12 \text{ metros.}$$

Así, el parque rectangular tiene dos lados de 20 metros y dos lados de 12 metros. Por lo tanto, el perímetro del parque es: $20 + 20 + 12 + 12 = 64$ metros.

PROBLEMA 3.

Se dice que un número está hechizado si al dividirlo entre 31 el residuo es 10. Como el 3110 o el 2025. ¿Cuál de los siguientes números está hechizado?

- (a) 252 (b) 382 (c) 431 (d) 331

Solución: Para saber cuál de los números está hechizado, debemos dividir cada una de las opciones entre 31 y verificar cuál deja un residuo de 10 (o comprobar si al restarle 10 al número, el resultado es divisible entre 31).

Probamos con cada opción:

- $252 = 31 \times 8 + 4$. El residuo es 4.
- $382 - 10 = 372 \rightarrow 372 \div 31 = 12$. Al dividir 382 entre 31, obtenemos cociente 12 y residuo 10.
- $431 = 31 \times 13 + 28$. El residuo es 28.
- $331 = 31 \times 10 + 21$. El residuo es 21.

Por lo tanto, el número hechizado entre las opciones es el 382.

PROBLEMA 4.

Iván sumó varios números y obtuvo 2025, pero cometió un error en el proceso. En lugar de sumar 375, sumó 735. ¿Cuál es el resultado correcto de la suma que Iván debía obtener?

Solución 1: Al sumar 735 en lugar de 375, Iván sumó de más. Calculamos esa diferencia:

$$735 - 375 = 360.$$

Como el resultado obtenido (2025) incluye esos 360 adicionales por error, restamos esa diferencia para obtener el resultado correcto:

$$2025 - 360 = 1665.$$

Por lo tanto, el resultado correcto de la suma es 1665.

Solución 2: Podemos llegar al resultado correcto corrigiendo directamente la operación: Primero restamos el valor incorrecto:

$$2025 - 735 = 1290.$$

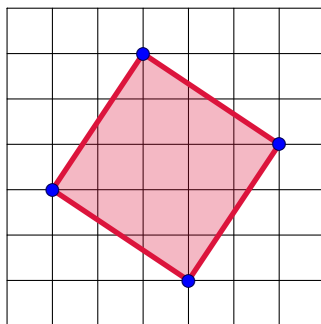
Luego sumamos el valor correcto:

$$1290 + 375 = 1665.$$

Por lo tanto, el resultado correcto de la suma es 1665.

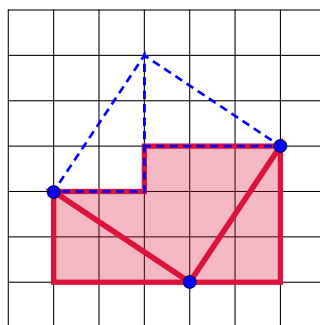
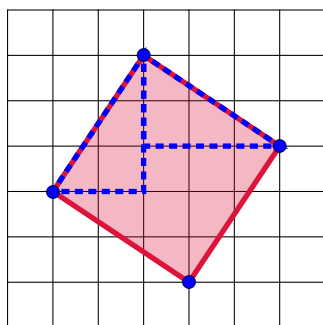
PROBLEMA 5.

En una cuadrícula de $7\text{ cm} \times 7\text{ cm}$ se ha coloreado un cuadrado rojo, como se muestra en la figura:



¿Cuál es el área del cuadrado coloreado, en centímetros cuadrados?

Solución: Imaginemos que cortamos el cuadrado rojo y reubicamos sus piezas, como se muestra en las siguientes figuras:



Al mover las piezas el área no cambia, y en la segunda figura podemos contar claramente que la región coloreada equivale a 13 cuadraditos completos.

Como la cuadrícula total mide $7 \times 7 = 49\text{ cm}^2$, cada cuadradito tiene un área de 1 cm^2 . Por lo tanto, el área del cuadrado rojo es 13 cm^2 .

PROBLEMA 6.

Para la fiesta de Halloween, los invitados deben disfrazarse usando una capa, un sombrero y una máscara. Hay 4 colores de capa (roja, negra, morada o verde), 3 tipos de sombrero (mago, bruja o duende) y 2 tipos de máscara (calabaza o esqueleto). ¿Cuántos disfraces diferentes se pueden formar?

Solución: Imaginemos que vamos a armar un disfraz paso a paso:

- Primero elegimos la **capa**: hay 4 colores posibles.
- Por cada color de capa, tenemos 3 opciones de **sombrero**. Esto nos da:

$$4 \times 3 = 12 \text{ combinaciones de capa y sombrero.}$$

- Luego, para cada una de esas 12 combinaciones, podemos elegir 2 tipos de **máscara** (calabaza o esqueleto):

$$12 \times 2 = 24 \text{ disfraces en total.}$$

Por lo tanto, se pueden formar 24 disfraces diferentes.

1.3. Prueba Final

PROBLEMA 1.

Mateo, Sara, Sofía, Samanta, Juan y Javier son primos. Juan y Javier son gemelos, y las niñas son trillizas. En una conversación se escuchó que la suma de las edades de Sofía y Juan es de 16 años, y que la suma de las edades de Mateo y Sara es de 12 años.

Nota: *Los gemelos o trillizos son hermanos que nacieron el mismo día.*
¿Cuál es la suma de las edades de los seis primos?



Solución: Identifiquemos primero los grupos de primos que tienen la misma edad:

- **Las trillizas:** Sara, Sofía y Samanta tienen exactamente la misma edad.
- **Los gemelos:** Juan y Javier tienen exactamente la misma edad.
- **Mateo:** tiene su propia edad.

Nos piden la suma de las edades de los seis primos:

$$\text{Suma total} = \text{Mateo} + \text{Sara} + \text{Sofía} + \text{Samanta} + \text{Juan} + \text{Javier}$$

Podemos agrupar la información dada en los datos del problema:

- Por un lado, sabemos que $\text{Mateo} + \text{Sara} = 12$ años.
- Por otro lado, sabemos que $\text{Sofía} + \text{Juan} = 16$ años.

Como Samanta es trilliza de Sara y Sofía, su edad es igual a la de Sofía. Y como Javier es gemelo de Juan, su edad es igual a la de Juan. Por lo tanto, la suma de las edades de Samanta y Javier también es igual a la suma de Sofía y Juan:

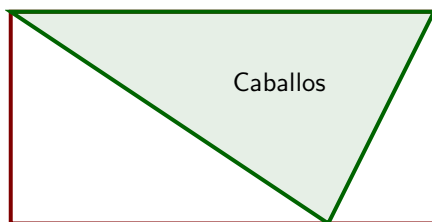
$$\text{Samanta} + \text{Javier} = \text{Sofía} + \text{Juan} = 16 \text{ años}$$

Entonces, la suma total de las edades de los seis primos está dada por:

$$\begin{aligned}\text{Suma total} &= (\text{Mateo} + \text{Sara}) + (\text{Sofía} + \text{Juan}) + (\text{Samanta} + \text{Javier}) \\ &= 12 + 16 + 16 = 44 \text{ años.}\end{aligned}$$

PROBLEMA 2.

Doña Carmen tiene una finca con forma de rectángulo. En ella, construyó un corral para sus caballos con forma de triángulo, como se muestra en la figura.



El perímetro de la finca es de 24 km . Además, cada lado horizontal mide el doble que un lado vertical.

¿Cuál es el área del corral de los caballos?

Solución: Calculemos las medidas de los lados de la finca rectangular:

Como cada lado horizontal mide el doble que un lado vertical, podemos pensar el perímetro en términos de lados verticales:

- 1 lado vertical = 1 parte.
- 1 lado horizontal = 2 partes.

En total, entre los 4 lados tenemos: $1 + 1 + 2 + 2 = 6$ partes iguales.

Como el perímetro total es de 24 km , entonces cada parte mide: $24 \div 6 = 4 \text{ km}$.

Esto nos da las dimensiones del rectángulo:

- Lado vertical (alto): 4 km
- Lado horizontal (base): $4 \times 2 = 8 \text{ km}$.

Ahora observamos el corral en forma de triángulo. La base del triángulo es igual al lado horizontal superior del rectángulo (8 km) y su altura es igual al lado vertical

del rectángulo (4 km), entonces el área del corral de los caballos es:

$$\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{8 \times 4}{2} = 16\text{ km}^2.$$

PROBLEMA 3.

La profe de tercero organizó un divertido concurso de disfraces. Tres niños participaron, y ella tenía 14 dulces para repartir como premio entre los tres participantes.

- El primer lugar recibió más dulces que el segundo.
- El segundo lugar recibió más dulces que el tercero.
- Todos recibieron al menos un dulce.

¿De cuántas maneras diferentes pudo la maestra repartir los 14 dulces?
Escriba todas las posibles maneras.



Solución: Llamemos a la cantidad de dulces que recibieron el primer lugar, el segundo lugar y el tercero como P , S y T , respectivamente.

Buscamos tres números enteros que sumen 14 y que cumplan la condición:

$$P > S > T \geq 1$$

Para encontrar todas las formas posibles de manera organizada, probamos con los valores posibles para el tercer lugar (T):

- **Si el 3.º lugar recibe $T = 1$ dulce:** Los otros dos lugares deben sumar $14 - 1 = 13$ dulces, con $P > S > 1$:

- $P = 11, \quad S = 2$
- $P = 10, \quad S = 3$
- $P = 9, \quad S = 4$
- $P = 8, \quad S = 5$
- $P = 7, \quad S = 6$

- **Si el 3.º lugar recibe $T = 2$ dulces:** Los otros dos lugares deben sumar $14 - 2 = 12$ dulces, con $P > S > 2$:

- $P = 9, \quad S = 3$
- $P = 8, \quad S = 4$
- $P = 7, \quad S = 5$

- **Si el 3.º lugar recibe $T = 3$ dulces:** Los otros dos lugares deben sumar $14 - 3 = 11$ dulces, con $P > S > 3$:

- $P = 7, \quad S = 4$
- $P = 6, \quad S = 5$

- **Si el 3.º lugar recibe $T = 4$ dulces:** Los otros dos lugares deben sumar $14 - 4 = 10$ dulces, con $P > S > 4$ ¡No hay opciones válidas!

Listamos todas las reparticiones posibles en el orden (P, S, T) :

- $(11, 2, 1)$
- $(8, 5, 1)$
- $(8, 4, 2)$
- $(6, 5, 3)$
- $(10, 3, 1)$
- $(7, 6, 1)$
- $(7, 5, 2)$
- $(9, 4, 1)$
- $(9, 3, 2)$
- $(7, 4, 3)$

Por lo tanto, la maestra pudo repartir los 14 dulces de 10 maneras diferentes.

PROBLEMA 4.

En una tienda de Halloween, el dueño tiene 4 cajas con disfraces:

- Tres cajas tienen solo disfraces de superhéroes.
- Una caja tiene solo disfraces de zombis.

El lunes, al iniciar sus ventas, contó los disfraces y anotó en un cuaderno la cantidad que había en cada caja: 27, 34, 46 y 59.

Al llegar el viernes, notó que había vendido todos los disfraces de superhéroes, pero ninguno de zombi. Sabemos que vendió la misma cantidad de disfraces cada día, del lunes al viernes.

¿Con cuántos disfraces de superhéroes empezó el lunes?

Solución: Primero calculamos el número total de disfraces sumando lo que había en las 4 cajas el lunes:

$$27 + 34 + 46 + 59 = 166 \text{ disfraces en total.}$$

Como vendió la misma cantidad de disfraces cada día de lunes a viernes (5 días en total), la cantidad total de disfraces vendidos debe ser un múltiplo de 5.

Sabemos que vendió exactamente las 3 cajas de superhéroes y no vendió nada de la caja de zombis. Esto significa que si le restamos la caja de zombis al total (166), el resultado debe ser divisible entre 5.

Un número es divisible entre 5 si termina en 0 o en 5. Probemos cuál caja debe ser la de zombis restándola del total (166):

- Si la caja de zombis es de 27: $166 - 27 = 139$ (no es múltiplo de 5).
- Si la caja de zombis es de 34: $166 - 34 = 132$ (no es múltiplo de 5).
- Si la caja de zombis es de 46: $166 - 46 = 120$ (¡sí es múltiplo de 5, termina en 0!).
- Si la caja de zombis es de 59: $166 - 59 = 107$ (no es múltiplo de 5).

Por lo tanto, la caja de zombis contenía 46 disfraces.

Para saber con cuántos disfraces de superhéroes empezó el lunes, sumamos las otras 3 cajas (o le restamos 46 al total):

$$166 - 46 = 120.$$

Por lo tanto, empezó el lunes con 120 disfraces de superhéroes (correspondientes a las cajas de 27, 34 y 59).

Capítulo 2

Nivel Medio

2.1. Prueba Clasificatoria

PROBLEMA 1.

Para hacer banderitas de Colombia para sus alumnos, la profe Mireya compró 7 trozos de tela roja, 3 trozos de tela azul y 2 trozos de tela amarilla.

- Primero, corta en dos todos los trozos de tela que no son azules.
- Después, corta en tres todos los trozos de tela que no son rojos.
- Finalmente, corta en dos todos los trozos de tela amarillos que tiene en ese momento.

Si cada banderita se construye con un trozo de tela de cada color, ¿cuál es el número máximo de banderitas que puede hacer la profe Mireya?

(a) 4

(b) 9

(c) 15

(d) 24

Solución: Podemos resumir el conteo de los trozos de tela en cada etapa de la siguiente manera:

Color	Inicial	Primero	Después	Finalmente
Roja	7	14	14	14
Azul	3	3	9	9
Amarilla	2	4	12	24

Como cada banderita necesita 1 trozo de cada color, la cantidad máxima de banderitas completas que se pueden armar está limitada por el color con menor cantidad

Solución: Calculemos el lado de cada uno de los corrales cuadrados:

- **Corral de maíz:** Como es un cuadrado de área $81 m^2$, entonces cada uno de sus lados mide $9 m$ (pues $9 \times 9 = 81$).
- **Corral de yuca:** es un cuadrado de área $16 m^2$, entonces su lado mide $4 m$.

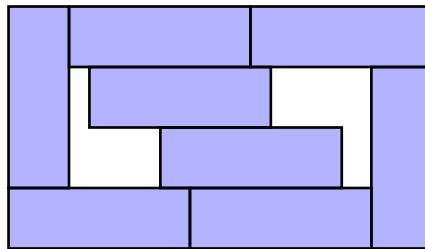
Ahora observamos el corral rectangular de las ovejas a partir del dibujo:

- **Ancho:** Su base tiene la misma medida que la base del cuadrado de yuca, es decir, $4 m$.
- **Alto:** Es la diferencia entre el lado del corral del maíz y el lado del corral de yuca, esto es: $9 - 4 = 5 m$.

Entonces, el área del corral de las ovejas es $4 \times 5 = 20 m^2$

PROBLEMA 4.

Apolo tiene un patio de forma rectangular y quiso cubrirlo con 8 piezas de cerámica idénticas. Cada pieza es un rectángulo cuyo lado más corto mide 2 metros. Al terminar de organizarlas, Apolo notó que quedaron algunas partes del patio sin cubrir, como se muestra en la figura.



¿Cuál es el perímetro del patio?

- (a) 22 metros (b) 16 metros (c) 48 metros (d) 44 metros

Solución: Sabemos que el lado más corto de cada pieza rectangular mide $2 m$. Al observar la pieza rectangular que está en la esquina superior izquierda, vemos que el lado más largo de la pieza equivale a tres veces el lado más corto (comparando con las piezas horizontales), esto es $3 \times 2 = 6 m$.

Notemos que el perímetro del patio está conformado por 4 lados cortos y 6 lados largos de las piezas de cerámica, por lo tanto su perímetro es:

$$4 \times 2 + 6 \times 6 = 44 \text{ metros.}$$

PROBLEMA 5.

Santiago tiene una colección de figuritas de animales. Cuando agrupa las figuritas de dos en dos, no le sobra ninguna, pero cuando las agrupa de tres en tres le sobra una. Si el número de figuritas está entre 41 y 51, ¿cuántas figuritas tiene la colección de Santiago?

- (a) 44
- (b) 49
- (c) 46
- (d) 48

Solución: Al agrupar las figuritas de dos en dos no sobra ninguna, lo que significa que la cantidad de figuritas es un número par. Como está entre 41 y 51, las opciones son:

42, 44, 46, 48, 50.

Por otro lado, al agruparlas de tres en tres sobra una, lo que significa que el número buscado debe ser un múltiplo de 3 más 1. Al comprobar con las opciones, vemos que $46 = 3 \times 15 + 1$. Entonces, la colección de Santiago tiene 46 figuritas.

PROBLEMA 6.

Javier tiene 5 masmelos y 4 chokolatinas. Quiere repartirlos entre él y sus dos amigas, Mariana y Laura, de manera que los tres reciban la misma cantidad de dulces. ¿De cuántas formas distintas puede hacerlo?

- (a) 12
- (b) 6
- (c) 10
- (d) 16

Solución: En total hay $5 + 4 = 9$ dulces. Como se deben repartir entre 3 personas (Javier, Mariana y Laura) en partes iguales, cada uno debe recibir exactamente: $9 \div 3 = 3$ dulces. Las distribuciones posibles de las chokolatinas (c) y los masmelos (m), para que cada uno sume 3 dulces, son:

Opción	Javier	Mariana	Laura
1	3c, 0m	1c, 2m	0c, 3m
2	3c, 0m	0c, 3m	1c, 2m
3	1c, 2m	3c, 0m	0c, 3m
4	1c, 2m	0c, 3m	3c, 0m
5	0c, 3m	3c, 0m	1c, 2m
6	0c, 3m	1c, 2m	3c, 0m
7	2c, 1m	2c, 1m	0c, 3m
8	2c, 1m	0c, 3m	2c, 1m
9	0c, 3m	2c, 1m	2c, 1m
10	2c, 1m	1c, 2m	1c, 2m
11	1c, 2m	2c, 1m	1c, 2m
12	1c, 2m	1c, 2m	2c, 1m

Por lo tanto, existen 12 formas distintas de hacer el reparto.

2.2. Prueba Selectiva

PROBLEMA 1.

En el descubrimiento del amigo secreto, los 20 estudiantes del salón se sientan formando un círculo, todos mirando hacia el centro. El amigo secreto de Duván está 3 puestos a la derecha de Salomé, y Salomé está 11 puestos a la izquierda de Duván. ¿A cuántos puestos a la derecha de Duván se encuentra su amigo secreto?

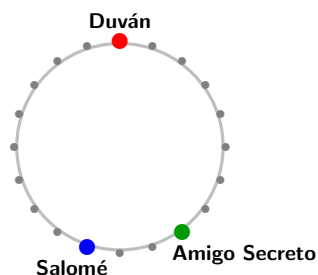
(a) 11

(b) 14

(c) 12

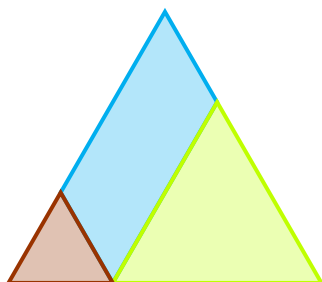
(d) 13

Solución: El amigo secreto de Duván se encuentra a 12 puestos a su derecha. Note en el diagrama que, para cada persona, su derecha está en el sentido contrario a las manecillas del reloj.



PROBLEMA 2.

El logo de un parque natural es como se muestra en la figura:



Dentro del logo hay dos triángulos equiláteros pequeños (uno de color café y otro verde) que representan montañas, y un cuadrilátero azul que representa el cielo. Si el logo completo tiene la forma de un triángulo equilátero y el cuadrilátero azul tiene un perímetro de 18 cm , ¿cuál es el perímetro total del logo?

¡Recuerda que un triángulo equilátero es aquel en el que **todos sus lados miden lo mismo!**

(a) 18 cm (b) 27 cm (c) 36 cm (d) 54 cm

Solución: Observando la figura, notamos que el cuadrilátero azul está formado por 2 lados cortos iguales y 2 lados largos iguales.

Sabemos que 2 lados cortos más 2 lados largos, del cuadrilátero, suman 18 cm (porque este es su perímetro). Por lo tanto, 1 lado corto más 1 lado largo mide la mitad:

$$18 \div 2 = 9\text{ cm}.$$

Por otra parte, el triángulo grande (el logo completo) está formado por 3 lados cortos y 3 lados largos, entonces el perímetro de todo el logo es:

$$3 \times 9 = 27\text{ cm}.$$

PROBLEMA 3.

En la piscina olímpica se preparan tres grandes nadadores: Ana, Daniel y Sara. Cada uno tiene su propio ritmo de entrenamiento:

- Ana entrena cada 3 días.
- Daniel entrena cada 6 días.
- Sara entrena cada 9 días.

Los tres nadadores coincidieron en su primer entrenamiento del año, un miércoles. ¿Qué día de la semana fue la siguiente vez que volvieron a encontrarse los tres nadadores en la piscina?

(a) jueves (b) viernes (c) sábado (d) domingo

Solución: El mínimo común múltiplo de 3, 6 y 9 es $\text{mcm}(3, 6, 9) = 18$. Es decir, los tres nadadores se volverán a encontrar en 18 días.

Sabemos que la semana tiene 7 días, por lo que cada 7 días el día de la semana se repite. Dividimos 18 entre 7 para ver cuántas semanas completas pasan y cuántos días avanzamos:

$$18 = 2 \times 7 + 4 \quad (\text{semanas completas y un residuo de 4 días}).$$

Esto significa que volverán a coincidir 4 días después de un miércoles. Por lo tanto, la siguiente vez que se encontraron en la piscina fue un domingo.

PROBLEMA 4.

En Halloween, Bruno, Ana y Carla recogieron dulces en sus bolsas.

- Ana recogió 5 dulces menos que Bruno.
- Carla recogió 1 dulce menos que Ana.
- Entre los tres recogieron 40 dulces.

¿Cuántos dulces recogió Bruno?

Solución: Comparemos los dulces respecto a Carla:

- Carla tiene cierta cantidad de dulces.
- Ana tiene 1 dulce más que Carla.
- Bruno tiene 6 dulces más que Carla (ya que tiene 5 más que Ana).

Si le quitamos a Ana su dulce extra y a Bruno sus 6 dulces extras, en total estaríamos quitando $1 + 6 = 7$ dulces.

Al restar esos 7 dulces del total, nos quedan $40 - 7 = 33$. Estos 33 dulces corresponden a 3 partes exactamente iguales (la cantidad de Carla para cada uno).

Por lo tanto, a Carla le corresponden $33 \div 3 = 11$ dulces y, como Bruno tiene 6 dulces más que Carla, entonces Bruno recogió 17 dulces.

PROBLEMA 5.

En la figura, el área del cuadrado rosado es igual a la del rectángulo azul. Uno de los lados del cuadrado mide el triple de uno de los lados del rectángulo. Si el área del cuadrado es 36 cm^2 , ¿cuántos centímetros mide el perímetro del rectángulo azul?



Solución: Como el área del cuadrado rosado es de 36 cm^2 , la medida de cada uno de sus lados es un número que multiplicado por sí mismo da 36:

$$6 \times 6 = 36 \rightarrow \text{El lado del cuadrado mide } 6 \text{ cm.}$$

El enunciado indica que el lado del cuadrado mide el triple de uno de los lados del rectángulo. Por lo tanto, el lado corto del rectángulo mide $6 \div 3 = 2 \text{ cm}$.

Además, como el área del rectángulo azul es igual a la del cuadrado (36 cm^2), buscamos un número que multiplicado por 2 nos dé 36:

$$36 \div 2 = 18 \text{ cm}.$$

Por lo tanto, el perímetro del rectángulo azul es: $18 + 18 + 2 + 2 = 40 \text{ cm}$.

PROBLEMA 6.

Julián y Natalia planean salir a pedir dulces el 31 de octubre a las cuatro casas de sus vecinos. Si quieren ir siempre juntos y visitar cada casa exactamente una vez, ¿de cuántas formas diferentes podrían hacer el recorrido?

Solución 1: Como Julián y Natalia van siempre juntos, podemos considerar el recorrido como la manera de ordenar las 4 casas que van a visitar.

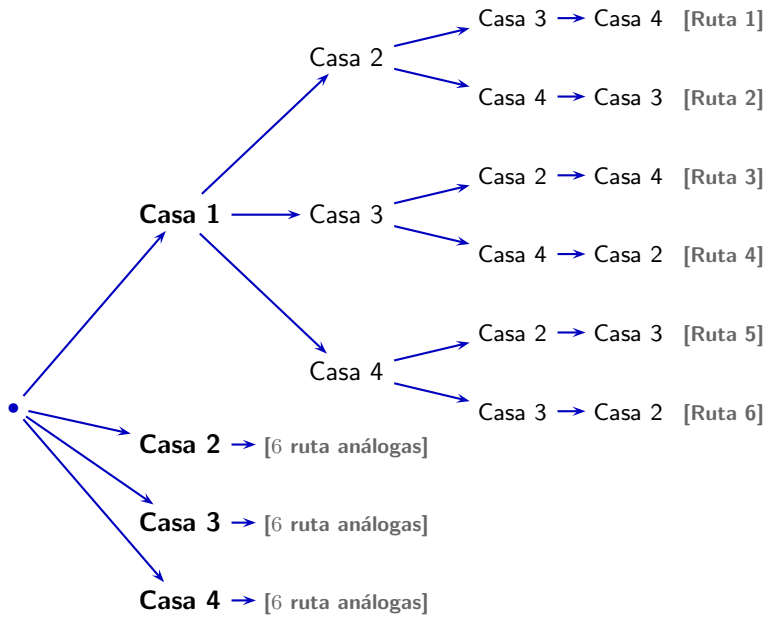
Para elegir el orden de la visita:

- Para la primera casa tienen 4 opciones posibles.
- Para la segunda casa tienen 3 opciones (las casas que quedan).
- Para la tercera casa tienen 2 opciones.
- Para la cuarta casa les queda únicamente 1 opción.

Por lo tanto, la cantidad de formas distintas en que pueden hacer el recorrido es:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ formas}.$$

Solución 2: Considere el siguiente diagrama de árbol:



Note que, iniciando el recorrido en la Casa 1, tenemos 6 rutas diferentes. Análogamente, si se inicia en la Casa 2 o en la 3 o en la 4. Por lo tanto, el número total de recorridos diferentes es $4 \times 6 = 24$.

2.3. Prueba Final

PROBLEMA 1.

Complete las casillas vacías de la siguiente resta:

$$\begin{array}{rcccccccc} & 2 & 0 & 2 & 5 & \square & \square & \square & \square \\ - & & & & & 9 & 8 & 7 & 6 \\ \hline \square & \square & \square & \square & 2 & 0 & 2 & 5 \end{array}$$

Explique, ¿cómo encontró cada uno de los números?

Solución: Para resolver este problema, transformamos la resta en una suma equivalente:

Minuendo – Sustraendo = Diferencia $\longrightarrow$ Sustraendo + Diferencia = Minuendo

Ubicamos la operación de forma vertical:

$$\begin{array}{rcccccccc} & & & & 9 & 8 & 7 & 6 \\ + & \square & \square & \square & \square & 2 & 0 & 2 & 5 \\ \hline & 2 & 0 & 2 & 5 & \square & \square & \square & \square \end{array}$$

Sumamos columna a columna de derecha a izquierda:

- **Unidades:** $6 + 5 = 11 \rightarrow$ La casilla de las unidades es 1 y llevamos 1.
- **Decenas:** $7 + 2 + 1 = 10 \rightarrow$ La casilla de las decenas es 0 y llevamos 1.
- **Centenas:** $8 + 0 + 1 = 9 \rightarrow$ La casilla de las centenas es 9 (llevamos 0).
- **Unidades de mil:** $9 + 2 = 11 \rightarrow$ La casilla de las unidades de mil es 1 y llevamos 1.

Vamos, aquí:

$$\begin{array}{rcccccccc} & & & & 9 & 8 & 7 & 6 \\ + & \square & \square & \square & \overset{1}{\square} & 2 & 0 & 2 & 5 \\ \hline & 2 & 0 & 2 & 5 & 1 & 9 & 0 & 1 \end{array}$$

Ahora, en la columna de las unidades de mil llevamos 1, la suma en las casillas

restantes del minuendo debe cumplir:

$$\square\square\square + 1 = 2025$$

$$\square\square\square = 2025 - 1 = 2024$$

Por lo tanto, quedamos así:

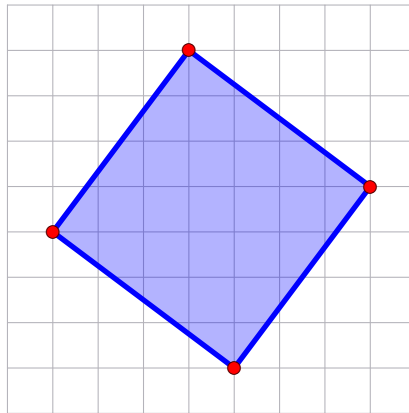
$$\begin{array}{r} 9876 \\ + 20242025 \\ \hline 20251901 \end{array}$$

Volviendo a la resta original, tenemos:

$$\begin{array}{r} 20251901 \\ - 9876 \\ \hline 20242025 \end{array}$$

PROBLEMA 2.

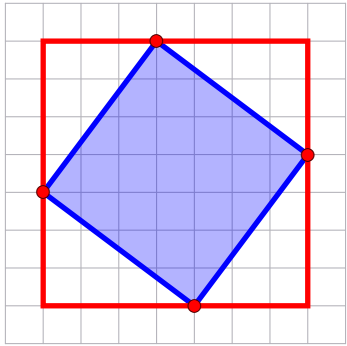
Juan hizo un arreglo para decorar su cuarto. Clavó cuatro puntillas en una tabla cuadrículada y, usando una cuerda, formó la silueta de un cuadrado, luego pintó su interior, como se muestra en la figura.



Si el lado de cada cuadradito de la cuadrícula mide 1 cm ,

- (a) ¿Cuál es el área del cuadrado pintado?
- (b) ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

Solución: Considere la siguiente figura:



El área del cuadrado pintado corresponde al área del nuevo cuadrado trazado sobre la figura, con lado de 7 cm , menos el área de cuatro triángulos congruentes con base de 3 cm y altura de 4 cm . Esto es, el área del cuadrado pintado es:

$$7 \times 7 - 4 \left(\frac{3 \times 4}{2} \right) = 49 - 4 \times 6 = 49 - 24 = 25\text{ cm}^2.$$

Por otra parte, como el área del cuadrado pintado es 25 cm^2 , entonces la medida de cada uno de sus lados es 5 cm . Por lo tanto, su perímetro es $4 \times 5 = 20\text{ cm}$.

PROBLEMA 3.

En una feria de ciencias, Valeria quiere visitar los cuatro salones de exposición: Física, Química, Biología y Matemáticas. Ella planea recorrerlos todos, pasando por cada salón una sola vez, sin repetir ninguno.

¿De cuántas maneras diferentes podría organizar su recorrido por la feria?

Solución: Como Valeria va a visitar los cuatro salones de exposición y quiere pasar por cada uno exactamente una vez sin repetir ningún salón, podemos organizar las opciones paso a paso:

- Para el primer salón que visite tiene 4 opciones posibles (Física, Química, Biología o Matemáticas).
- Para el segundo salón le quedan 3 opciones disponibles.
- Para el tercer salón le quedan 2 opciones disponibles.
- Para el cuarto salón le queda únicamente 1 opción.

Por lo tanto, la cantidad de maneras diferentes en que Valeria podría organizar su recorrido es:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ maneras.}$$

PROBLEMA 4.

En la noche de Halloween, María logró recoger 115 dulces entre chocolates, gomitas, masmelos y bombones.

- Por cada masmelo tiene exactamente 2 bombones.
- Por cada gomita tiene exactamente 3 masmelos.

¿Cuál es el número mínimo de chocolates que recogió María?

Solución: Para encontrar el número mínimo de chocolates, debemos hacer que la cantidad de los otros tres tipos de dulces (gomitas, masmelos y bombones) sea lo más grande posible, sin superar el total de 115 dulces.

- Si María tiene 1 gomita $\rightarrow$ tiene 3 masmelos.
- Como por cada masmelo tiene 2 bombones $\rightarrow$ por 3 masmelos tendrá:

$$3 \times 2 = 6 \text{ bombones.}$$

Es decir, por cada 1 gomita, María tiene 3 masmelos y 6 bombones. Este grupo de tres tipos de dulces forma un "paquete" de:

$$1 \text{ gomita} + 3 \text{ masmelos} + 6 \text{ bombones} = 10 \text{ dulces en total.}$$

Dividimos el total de 115 dulces entre los 10 dulces que tiene cada paquete:

$$115 \div 10 = 11 \quad \text{con un residuo de 5 dulces.}$$

Esto significa que María puede tener como máximo 11 paquetes completos de gomitas, masmelos y bombones, lo que da un subtotal de:

$$11 \times 10 = 110 \text{ dulces.}$$

La cantidad restante de dulces para completar los 115 debe ser necesariamente de chocolates:

$$115 - 110 = 5 \text{ chocolates.}$$

Por lo tanto, el número mínimo de chocolates que María recogió es 5.

Capítulo 3

Nivel Avanzado

3.1. Prueba Clasificatoria

PROBLEMA 1.

Un equipo de baloncesto ganó $\frac{3}{5}$ de sus partidos, empató $\frac{1}{10}$ y perdió el resto. Si jugó 60 partidos, ¿cuántos partidos perdió?

(a) 18

(b) 16

(c) 44

(d) 42

Solución: La suma de las fracciones de partidos ganados y empatados es:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$$

Como el total de partidos representa la unidad $\left(\frac{10}{10}\right)$, la fracción de partidos perdidos corresponde al resto:

$$\frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}.$$

Por lo tanto, los partidos perdidos son $\frac{3}{10}$ de los 60 partidos jugados:

$$60 \div 10 = 6 \quad \rightarrow \quad 6 \times 3 = 18 \text{ partidos perdidos.}$$

PROBLEMA 2.

Los dos hermanos de Diego son gemelos. Si Diego tiene 13 años, ¿cuál de los siguientes números podría ser la suma de las edades de los tres hermanos?

(a) 26

(b) 38

(c) 47

(d) 52

Solución: Los dos hermanos de Diego son gemelos, entonces tienen la misma edad. Por lo tanto, la suma de sus edades es un número par (el doble de la edad de uno de ellos).

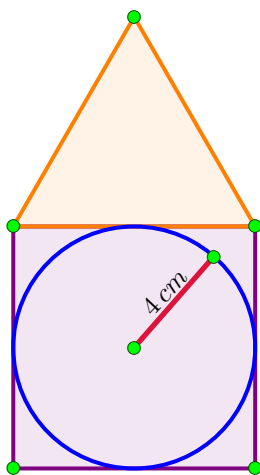
Al sumar la edad de Diego, que es 13 (un número impar), con la suma de las edades de los gemelos (un número par), el resultado debe ser un número impar:

$$\text{impar} + \text{par} = \text{impar}.$$

Dado que la única opción de respuesta que es un número impar es 47, esta debe ser la suma de las edades de los tres hermanos.

PROBLEMA 3.

En la siguiente figura se muestra el frente de la casa de Jerónimo. Está formada por un cuadrado y, sobre él, un triángulo equilátero (todos sus lados miden lo mismo que los del cuadrado). Si el radio del círculo inscrito en el cuadrado mide 4 cm, ¿cuál es el perímetro de toda la figura?



(a) 20 cm

(b) 24 cm

(c) 40 cm

(d) 48 cm

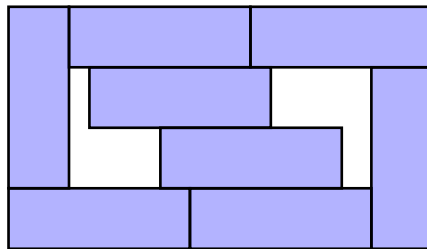
Solución: Como el radio del círculo inscrito en el cuadrado mide 4 cm , el diámetro del círculo es el doble del radio: $4 \times 2 = 8\text{ cm}$.

El diámetro del círculo es igual a la medida del lado del cuadrado, por lo que cada uno de sus lados mide 8 cm . Dado que el triángulo es equilátero y sus lados miden lo mismo que los del cuadrado, todos los lados del contorno de la figura miden 8 cm . Note que el perímetro de toda la figura está formado por 5 lados de 8 cm (3 lados del cuadrado y 2 lados del triángulo superior). Por lo tanto, el perímetro de toda la figura es:

$$5 \times 8 = 40\text{ cm}.$$

PROBLEMA 4.

Apolo tiene un patio de forma rectangular y quiso cubrirlo con 8 piezas de cerámica idénticas. Cada pieza es un rectángulo cuyo lado más corto mide 2 metros. Al terminar de organizarlas, Apolo notó que quedaron algunas partes del patio sin cubrir, como se muestra en la figura.



¿Cuál es el área del piso del patio que quedó sin cubrir?

- (a) 16 metros cuadrados
- (b) 20 metros cuadrados
- (c) 12 metros cuadrados
- (d) 8 metros cuadrados

Solución: Sabemos que el lado más corto de cada pieza rectangular mide 2 m . Al observar la pieza rectangular que está en la esquina superior izquierda, vemos que el lado más largo de la pieza equivale a tres veces el lado más corto (comparando con las piezas horizontales), esto es $3 \times 2 = 6\text{ m}$.

La base del patio está formada por dos lados largos y un lado corto, entonces mide $6 + 6 + 2 = 14\text{ m}$ y la altura del patio mide un lado largo más uno corto, esto es

$6 + 2 = 8 m$. Por lo tanto, el área total del patio es $14 \times 8 = 112 m^2$.

Ahora, el área de cada pieza de cerámica es $2 \times 6 = 12 m^2$, entonces las 8 piezas cubren un área total de $8 \times 12 = 96 m^2$.

Por lo anterior, el área del patio que quedó sin cubrir es:

$$\text{área total} - \text{área cubierta} = 112 - 96 = 16 m^2.$$

PROBLEMA 5.

Julián vende lapiceros de 5 colores diferentes a \$600, \$900, o \$1000. Cuando los tenía separados por colores, cada grupo tenía la misma cantidad, excepto el grupo de los rojos que tenía 2 lapiceros más; pero luego decidió separarlos por precios y de esta manera cada grupo quedó con la misma cantidad. Si el total de lapiceros está entre 30 y 50, ¿cuál es la suma de las cifras del número total de lapiceros que tiene Julián?

(a) 6

(b) 8

(c) 9

(d) 12

Solución: Al agrupar los lapiceros por colores (5 grupos) todos tenían la misma cantidad, excepto el rojo que tenía 2 lapiceros más; esto quiere decir que la cantidad de lapiceros es un múltiplo de 5 más 2. Los números entre 30 y 50 que cumplen esto son:

$$32, \quad 37, \quad 42, \quad 47.$$

Por otra parte, al organizar todos los lapiceros en los 3 precios diferentes, cada grupo queda con la misma cantidad. Esto significa que la cantidad total de lapiceros es múltiplo de 3. Entre las opciones, el único que cumple es $42 = 14 \times 3$.

Por lo tanto, la suma de las cifras del número total de lapiceros es $4 + 2 = 6$.

PROBLEMA 6.

Javier tiene 7 masmelos y 5 chocalatinas. Quiere repartirlos entre él y sus dos amigas, Mariana y Laura, de manera que los tres reciban la misma cantidad de dulces. ¿De cuántas formas distintas puede hacerlo?

(a) 15

(b) 18

(c) 20

(d) 9

Solución: En total hay $7 + 5 = 12$ dulces. Como se deben repartir entre 3 personas (Javier, Mariana y Laura) en partes iguales, cada uno debe recibir exactamente: $12 \div 3 = 4$ dulces.

Para contar más rápido, note que basta con distribuir las 5 chocalatinas entre las

3 personas (pudiendo recibir cada una entre 0 y 4 chocolatinas), porque luego se completa a cada persona la cantidad faltante para llegar a 4 dulces usando los masmelos.

Las distribuciones posibles de las chocolatinas (c) y los masmelos (m), para que cada uno sume 4 dulces, son:

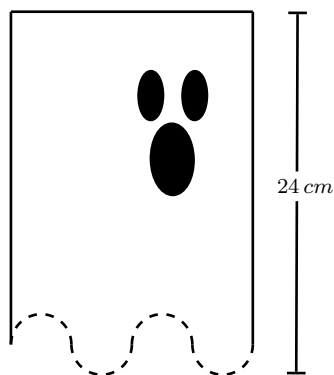
Opción	Javier	Mariana	Laura
1	$4c, 0m$	$1c, 3m$	$0c, 4m$
2	$4c, 0m$	$0c, 4m$	$1c, 3m$
3	$1c, 3m$	$4c, 0m$	$0c, 4m$
4	$1c, 3m$	$0c, 4m$	$4c, 0m$
5	$0c, 4m$	$4c, 0m$	$1c, 3m$
6	$0c, 4m$	$1c, 3m$	$4c, 0m$
7	$3c, 1m$	$2c, 2m$	$0c, 4m$
8	$3c, 1m$	$0c, 4m$	$2c, 2m$
9	$2c, 2m$	$3c, 1m$	$0c, 4m$
10	$2c, 2m$	$0c, 4m$	$3c, 1m$
11	$0c, 4m$	$3c, 1m$	$2c, 2m$
12	$0c, 4m$	$2c, 2m$	$3c, 1m$
13	$3c, 1m$	$1c, 3m$	$1c, 3m$
14	$1c, 3m$	$3c, 1m$	$1c, 3m$
15	$1c, 3m$	$1c, 3m$	$3c, 1m$
16	$2c, 2m$	$2c, 2m$	$1c, 3m$
17	$2c, 2m$	$1c, 3m$	$2c, 2m$
18	$1c, 3m$	$2c, 2m$	$2c, 2m$

Por lo tanto, existen 18 formas distintas de hacer el reparto.

3.2. Prueba Selectiva

PROBLEMA 1.

Para la decoración de Halloween, la maestra hizo fantasmitas cortando semicircunferencias de igual radio en la parte inferior de un rectángulo de cartulina blanca, como se muestra a continuación.



Si el largo del rectángulo original mide 24 cm y el ancho es la mitad del largo, ¿cuál es el área de cartulina con la que queda cada fantasma?

- (a) 216 cm^2 (b) 252 cm^2 (c) 270 cm^2 (d) 288 cm^2

Solución: El ancho del rectángulo mide $24 \div 2 = 12\text{ cm}$. Este ancho equivale a 8 radios de las semicircunferencias inferiores, por lo que cada radio mide:

$$\frac{12}{8} = \frac{3}{2}\text{ cm}.$$

Note que las dos semicircunferencias que sobresalen hacia abajo compensan exactamente las dos semicircunferencias recortadas hacia adentro.

Visualmente, si trasladas las dos semicircunferencias que sobresalen en la parte inferior y las encajas en los dos huecos semicirculares superiores, se forma exactamente un rectángulo de 12 cm de ancho por $24 - \frac{3}{2} = \frac{45}{2}\text{ cm}$ de alto.

Por lo tanto, el área de la cartulina con la que queda cada fantasma es:

$$12 \times \frac{45}{2} = 270\text{ cm}^2.$$

PROBLEMA 2.

La superheroína Velozia era tan rápida que podía volar 80 kilómetros en 1 hora y 20 minutos. Pero después de una gran batalla perdió sus poderes y ahora debe moverse en patineta, con la que recorre 12 kilómetros en 48 minutos. ¿Cuántos minutos más tarda Velozia en recorrer 1 kilómetro en patineta que cuando volaba?

(a) 3

(b) 5

(c) 2

(d) 4

Solución: Convertimos el tiempo a minutos:

$$1 \text{ hora y } 20 \text{ minutos} = 80 \text{ minutos.}$$

Como volaba 80 *km* en 80 minutos, el tiempo por kilómetro era:

$$80 \div 80 = 1 \text{ minuto por kilómetro.}$$

En patineta recorre 12 *km* en 48 minutos, entonces el tiempo por kilómetro es:

$$48 \div 12 = 4 \text{ minutos por kilómetro.}$$

Entonces, para recorrer 1 *km* en patineta tarda 4 minutos y cuando volaba tardaba 1 minuto. Por lo tanto, Velozia tarda $4 - 1 = 3$ minutos más en recorrer 1 kilómetro en patineta que cuando volaba.

PROBLEMA 3.

¿Cuál es el último dígito del número que se obtiene al multiplicar el 2 por sí mismo 100 veces? Es decir, queremos el último dígito de

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{100 \text{ veces}}.$$

(a) 2

(b) 4

(c) 6

(d) 8

Solución: Para encontrar el último dígito del número 2^{100} , analizamos el patrón de los últimos dígitos de las potencias de 2:

■ $2^1 = 2 \rightarrow$ termina en 2

■ $2^2 = 4 \rightarrow$ termina en 4

- $2^3 = 8 \rightarrow$ termina en 8
- $2^4 = 16 \rightarrow$ termina en 6
- $2^5 = 32 \rightarrow$ termina en 2

Observamos que la secuencia de los últimos dígitos se repite en un ciclo de 4 números: $2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 6$.

Para saber en qué número del ciclo termina 2^{100} , dividimos el exponente (100) entre el tamaño del ciclo (4):

$$100 \div 4 = 25 \text{ con residuo } 0.$$

Como la división es exacta (el residuo es 0), el último dígito corresponde a la última posición del ciclo, es decir, el número 6.

PROBLEMA 4.

Jennifer y Carlos abrieron sus alcancías. Jennifer tenía 16 monedas de \$500. Carlos tenía la misma cantidad de monedas que Jennifer, pero algunas eran de \$200 y las otras de \$1000. Al contar el dinero, vieron que Carlos tenía exactamente la misma cantidad que Jennifer. ¿Cuántas monedas de \$1000 tenía Carlos?

Solución: Como Jennifer tenía 16 monedas de \$500, la cantidad total de dinero que reunió es: $16 \times 500 = 8000$ pesos.

Carlos también tiene 16 monedas en total, repartidas entre monedas de \$200 y de \$1000, sumando un valor total de \$8000.

Si todas las 16 monedas de Carlos fueran de \$200, él tendría: $16 \times 200 = 3200$ pesos.

Para llegar a los \$8000 le faltan: $8000 - 3200 = 4800$ pesos.

Cada vez que reemplazamos una moneda de \$200 por una de \$1000, la suma total aumenta en: $1000 - 200 = 800$ pesos.

Por lo tanto, la cantidad de monedas de \$1000 que debe tener Carlos es:

$$4800 \div 800 = 6 \text{ monedas.}$$

PROBLEMA 5.

Un tanque con forma de cubo puede contener hasta 5 litros de agua. ¿De cuántos litros es la máxima capacidad de otro tanque cúbico cuyo lado mide el triple que el del primero?

Solución: Recordemos que el volumen (capacidad) de un cubo de lado L está dado por la fórmula:

$$V = L \times L \times L = L^3.$$

Si la medida del lado del nuevo cubo se triplica ($3 \times L$), su volumen será:

$$3 \times L \times 3 \times L \times 3 \times L = 27 \times L^3.$$

Esto significa que al triplicar el lado, la capacidad se multiplica por 27. Como el tanque original puede contener hasta 5 litros, la capacidad máxima del nuevo tanque es:

$$27 \times 5 = 135 \text{ litros.}$$

PROBLEMA 6.

Julián y Natalia planean salir a pedir dulces el 31 de octubre en las cinco casas de sus vecinos. Quieren ir siempre juntos y visitar cada casa exactamente una vez. Las casas están numeradas del 1 al 5. Julián propone empezar en una casa con número par, mientras Natalia quiere terminar en una casa con número impar. ¿Cuántos recorridos diferentes cumplen las dos condiciones?

Solución: Entre las 5 casas numeradas del 1 al 5, tenemos que:

- Hay 2 opciones para la primera casa (debe ser par: 2 o 4).
- Hay 3 opciones para la última casa (debe ser impar: 1, 3 o 5).

Esto nos da $2 \times 3 = 6$ formas posibles de elegir la primera y la última casa del recorrido.

Una vez elegidas la primera y la última casa, quedan 3 casas por visitar en los lugares del medio (2.º, 3.º y 4.º puesto). Estas 3 casas intermedias se pueden organizar de $3 \times 2 \times 1 = 6$ formas distintas.

Por el principio de multiplicación, el número total de recorridos diferentes que cumplen ambas condiciones es: $6 \times 6 = 36$.

3.3. Prueba Final

PROBLEMA 1.

En una olimpiada de ciclismo, un equipo recibió una cantidad de medallas para repartirlas en partes iguales entre todos sus integrantes.

- Si el equipo hubiera tenido 4 participantes menos, a cada uno le habrían correspondido 2 medallas más.
- Si hubieran ganado 10 medallas menos, a cada integrante le habría tocado 1 medalla menos que en la repartición original.

¿Cuántas medallas recibió el equipo en total?



Solución: Si el equipo hubiera ganado 10 medallas menos, a cada integrante le habría tocado 1 medalla menos. Esto significa que quitar 10 medallas equivale a quitarle exactamente 1 medalla a cada deportista. Por lo tanto, el equipo tiene 10 integrantes.

Si en el equipo hubiera habido 4 participantes menos (es decir, $10 - 4 = 6$ integrantes), las medallas que ellos ya no recibirían se habrían repartido entre los 6 que quedaban, dándole 2 medallas más a cada uno.

Las medallas extra repartidas entre esos 6 integrantes son $6 \times 2 = 12$ medallas.

Esas 12 medallas eran las que originalmente les correspondían a los 4 deportistas que no estuvieron. Por lo tanto, cada uno de ellos iba a recibir $12 \div 4 = 3$ medallas.

Como hay 10 integrantes y a cada uno le corresponden 3 medallas, el total de medallas que recibió el equipo es $10 \times 3 = 30$.

PROBLEMA 2.

Las varitas mágicas de dos hechiceras medían 5 cm y 15 cm de largo, respectivamente.

Mientras hacían un conjuro, algo les salió mal y ¡sus varitas se partieron en pedacitos!

Todos los pedacitos de las dos varitas quedaron del mismo tamaño.

Si el número total de pedacitos de las dos varitas está entre 5 y 11, ¿cuánto medía cada uno de los pedacitos?

Solución: Como la varita 15 cm mide 3 veces más que la de 5 cm y todos los pedacitos son iguales, por cada pedacito que sale de la varita corta salen exactamente 3 pedacitos de la varita larga.

Esto significa que la cantidad total de pedacitos debe ser un múltiplo de $1 + 3 = 4$. Entre 5 y 11, el único múltiplo de 4 es 8.

De los 8 pedacitos en total, 2 pedacitos provienen de la varita de 5 cm y 6 pedacitos provienen de la varita de 15 cm . Entonces, la medida de cada pedacito es: $5 \div 2 = 2,5\text{ cm}$.

PROBLEMA 3.

En una feria de ciencias hay cinco salones numerados del 1 al 5. Gabriela y César quieren visitar todos los salones una única vez, y desean hacerlo siempre juntos. Gabriela propone comenzar el recorrido en un salón con número par, mientras que César quiere terminar en un salón con número impar.

¿De cuántas maneras diferentes podrían organizar su recorrido cumpliendo ambas condiciones?



Solución: Entre los 5 salones numerados del 1 al 5, tenemos que:

- Hay 2 opciones para el primer salón (debe ser par: 2 o 4).
- Hay 3 opciones para el último salón (debe ser impar: 1, 3 o 5).

Esto nos da $2 \times 3 = 6$ formas posibles de elegir el primer y el último salón del recorrido.

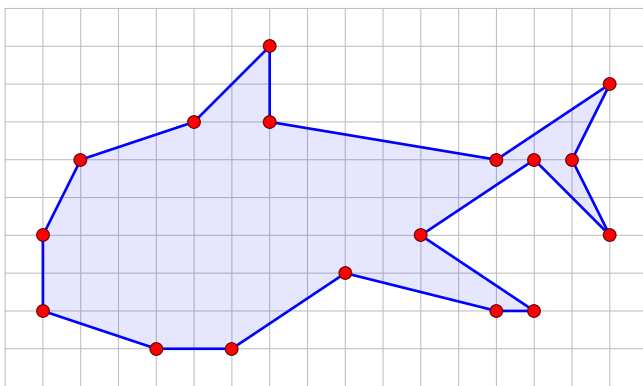
Una vez elegidos el primer y el último salón, quedan 3 salones por visitar en los lugares del medio (2.º, 3.º y 4.º puesto). Estos 3 salones intermedios se pueden organizar de $3 \times 2 \times 1 = 6$ formas distintas.

Por el principio de multiplicación, el número total de recorridos diferentes que cumplen ambas condiciones es:

$$6 \times 6 = 36.$$

PROBLEMA 4.

Jerónimo hizo un cuadro para decorar su cuarto. Clavó algunas puntillas en una cuadrícula y, usando una cuerda, formó la silueta de un tiburón, luego pintó su interior, como se muestra en la figura. Si el lado de cada cuadrado de la cuadrícula mide 1 cm , ¿cuál es el área pintada?



Solución: Una posible solución consiste en dividir la figura en subregiones triangulares o rectangulares de manera que podamos calcular las áreas de estas subregiones y luego sumarmas. Sin embargo, vamos a usar una fórmula muy interesante llamada la **Fórmula de Pick** (o Teorema de Pick), que nos permite calcular directamente el área de cualquier polígono cuyos vértices coincidan con las intersecciones de una cuadrícula.

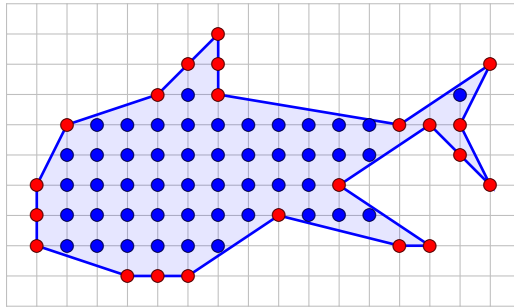
Fórmula de Pick:

$$\text{Área} = I + \frac{B}{2} - 1$$

donde:

- I es el número de puntos (vértices) de la cuadrícula en el **interior** del polígono.
- B es el número de puntos (vértices) de la cuadrícula sobre el **borde** del polígono.

Para nuestra figura:



- Los puntos en el interior son: $I = 48$.
- Los puntos en el borde son: $B = 22$.

Reemplazando los valores en la fórmula:

$$\text{Área} = 48 + \frac{22}{2} - 1 = 48 + 11 - 1 = 58 \text{ cm}^2.$$

Nota importante: La fórmula indica la cantidad de cuadraditos de la cuadrícula que “caben” dentro de la figura. En este caso son 58 cuadraditos, y dado que cada uno tiene un área de $1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$, el área pintada es $58 \times 1 = 58 \text{ cm}^2$.

Apéndice A

Cuadro de Honor

El Comité Organizador de las Olimpiadas Matemáticas UIS felicit a todos los competidores, docentes, familias e instituciones educativas que hicieron posible la realización de la *Decimocuarta versión de las Olimpiadas Matemáticas UIS - Primaria*.

En esta edición, **13,501** estudiantes de 315 instituciones en 95 municipios de Colombia, asumieron el reto de poner a prueba sus habilidades matemáticas. Tras un arduo proceso de competencia, algunos lograron destacar por su excepcional desempeño en la prueba final, alcanzando un lugar en el **Cuadro de Honor** de esta versión del certamen.

Extendemos nuestro reconocimiento a estos niños y niñas, quienes con su talento, esfuerzo, disciplina y pasión por las matemáticas, se han posicionado entre los mejores. A continuación, presentamos a los ganadores:

NIVEL BÁSICO		
PUESTO	MEDALLA	PARTICIPANTE
1.º		<i>Deyler Johosua Saldaña Quintero</i> <i>Colegio Bilingüe Los Ángeles, Aguachica</i>
2.º		<i>Hanna Salomé Moreno Giraldo</i> <i>Instituto Diversificado Domingo Savio, Tibú</i>
3.º		<i>Sara Sofía Pinto Vanegas</i> <i>Institución Educativa Alfonso López Pumarejo, Río de Oro</i>
4.º		<i>Sofía Calderón Moreno</i> <i>Colegio Pedro Santos, Pinchote</i>
5.º		<i>Jerónimo Marín Parra</i> <i>Inst. Técnico Industrial Francisco de Paula Santander, Puente Nacional</i>

NIVEL MEDIO		
PUESTO	MEDALLA	PARTICIPANTE
1.º		<i>Ian Emilio Flórez Ferreira</i> <i>Liceo Bilingüe Rodolfo R. Llinás, Barrancabermeja</i>
2.º		<i>Laura Valentina Guerrero Jaimes</i> <i>Institución Educativa Gimnasio Piagetano, Girón</i>
3.º		<i>Julián David Villamizar Camelo</i> <i>Colegio Bureche, Santa Marta</i>
4.º		<i>Violeta Cuevas Estupiñán</i> <i>Institución Educativa Jorge Ardila Duarte, Bucaramanga</i>
5.º		<i>Kenneth Samuel Tarazona Manrique</i> <i>Colegio Integrado Monseñor Evaristo Blanco, San Miguel</i>

NIVEL AVANZADO		
PUESTO	MEDALLA	PARTICIPANTE
1.º		<i>Ángel David Sánchez Pérez</i> <i>Institución Educativa Técnica Industrial Froilán Farías, Tame</i>
2.º		<i>Sofía Tobón Ruíz</i> <i>Colegio Virtual Siglo XXI, Bogotá D.C</i>
3.º		<i>Hernailys Crisley García Osuma</i> <i>Colegio Guillermo Quintero Calderón, Convención</i>
4.º		<i>Mathias Rossi Caro</i> <i>Gimnasio Los Almendros, Villa del Rosario</i>
5.º		<i>Jerónimo Porras Ariza</i> <i>Colegio Cooperativo, Barbosa</i>

Bibliografía

- [1] Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. M. (1998). *Materiales para construir la geometría*. Editorial Síntesis.
- [2] Batterson, J. (2011). *Competition math for elementary school*. Art of Problem Solving.
- [3] Colombia Aprendiendo. (2020). *Calendario matemático: Proyecto de matemática recreativa (Nivel primaria)*. Colombia Aprendiendo.
- [4] Comité OMM. (2017). *Problemas para la Olimpiada Mexicana de Matemáticas para Educación Básica (OMMEB - Nivel 1)*. Sociedad Matemática Mexicana; UNAM.
- [5] Fauring, P., Gisin, L. y Wykowski, F. (2015). *Olimpiada Matemática Ñandú: Problemas y soluciones para la escuela primaria*. Red Olímpica.
- [6] Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. (2020). *Canguro Matemático: Pruebas y soluciones, niveles Ecolier y Benjamin*. FESPM.
- [7] Fomin, D., Genkin, S. e Itenberg, I. (1996). *Mathematical circles: Russian experience*. American Mathematical Society.
- [8] Gardner, M. (1983). *¡Ajá! Paradojas e ingenios lúdicos que estimulan el pensamiento matemático*. RBA Libros / Labor.
- [9] Gómez, J., Valdez, R. y Vázquez, R. (2011). *Principio de las casillas* (Cuadernos de Olimpiadas n.º 12). Universidad Nacional Autónoma de México; Sociedad Matemática Mexicana.
- [10] Kalman, R. (2008). *Math Olympiad contest problems, volume 2: For elementary and middle schools*. Mathematical Olympiads for Elementary and Middle Schools.

- [11] Lenchner, G. (2005). *Creative problem solving in school mathematics* (2.^a ed.). Mathematical Olympiads for Elementary and Middle Schools.
- [12] Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas: Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. MEN.
- [13] Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje: Matemáticas* (V.2). MEN; Portal Colombia Aprende.
- [14] Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. (2018). *Problemas y soluciones: Olimpiada Colombiana de Matemáticas para Primaria (OCMP)*. Universidad Antonio Nariño.
- [15] Olimpiadas Regionales de Matemáticas. (2019). *Compendio de problemas y talleres: Nivel primaria*. Instituto de Matemáticas, Universidad de Antioquia.
- [16] Perelman, Y. (1975). *Aritmética recreativa*. Editorial Mir.
- [17] Perelman, Y. (1979). *Geometría recreativa*. Editorial Mir.
- [18] Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.
- [19] Restrepo, P. (2010). *Un recorrido por la combinatoria I*. Universidad Antonio Nariño.
- [20] Smullyan, R. (1981). *¿Cómo se llama este libro? El enigma de Drácula y otros pasatiempos lógicos*. Ediciones Catedral.
- [21] Valderrama, A. y González, E. (2010). *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas: Problemas y soluciones primer nivel*. Universidad Antonio Nariño.

Enlaces de interés

1. Olimpiadas Matemáticas UIS

Pruebas anteriores:

http://matematicas.uis.edu.co/?q=olimpiadas-primaria/pruebas_anteriores

Página de facebook:

<https://www.facebook.com/OlimpiadasMatematicasUIS/>

2. Olimpiadas Regionales de Matemáticas de la Universidad de Nariño:

https://orm.udenar.edu.co/?page_id=1612

3. Olimpiadas Matemáticas de la Universidad de Antioquia.

<https://www.olimpiadasudea.co/matematicas/talleres.html>

4. Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas

<https://www.acmven.org/pruebas/>

5. Olimpiada Mexicana de Matemáticas

<https://www.ommenlinea.org/material-de-entrenamiento/introductorio/>

6. Olimpiada Matemática Argentina,

Problemas Semanales: <https://www.oma.org.ar/problemas/index.php>

Archivo de enunciados: <https://www.oma.org.ar/enunciados/index.htm#omn>

7. Concurso Internacional Canguro Matemático,

Pruebas Anteriores: <https://canmatperu.com/pruebas-anteriores>

8. Olimpiadas Matemáticas de Puerto Rico

<http://om.pr/>