Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
XIV Olimpiadas Regionales de Matemáticas.
SECUNDARIA-2022.

"Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de manera errónea es mejor que no pensar."
- Hipatía de Alejandría.

SEGUNDA CAPACITACIÓN

NIVEL BÁSICO

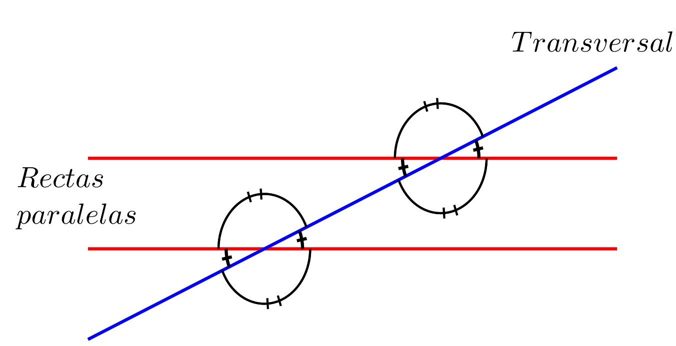
6° Y 7°

¡Prepárate para las Olimpiadas!

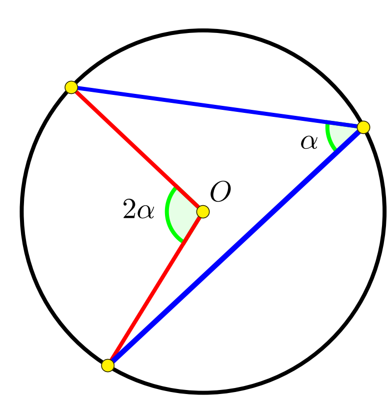
A continuación, presentamos algunos resultados que le pueden ser útiles en la solución de problemas de geometría. Sugerimos que los tenga en cuenta para resolver los problemas que proponemos en este taller.

Algunos resultados geométricos

1. La suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono con n lados es $180 \times (n - 2)$.
2. Si dos rectas se intersecan, entonces los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.
3. Si dos rectas paralelas se cortan por una transversal, entonces los ángulos alternos interiores, los ángulos exteriores y los ángulos correspondientes son, respectivamente, congruentes; como se muestra en la siguiente figura:



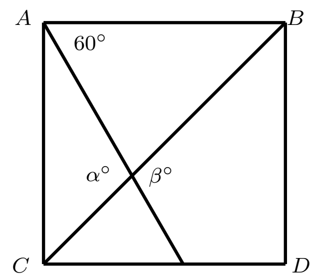
4. El ángulo central subtendido por dos puntos de una circunferencia mide el doble que cualquier ángulo inscrito subtendido por esos dos puntos.



Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

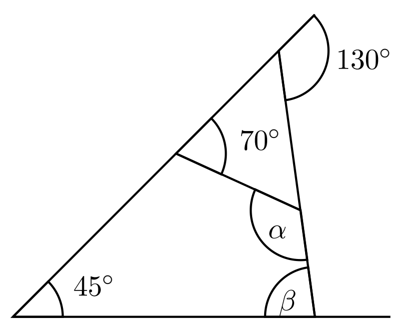
Problema 1.

En la siguiente figura $ABCD$ es un cuadrado con diagonal $\overline{CB}$. Determine determine el valor de $\alpha + \beta$.



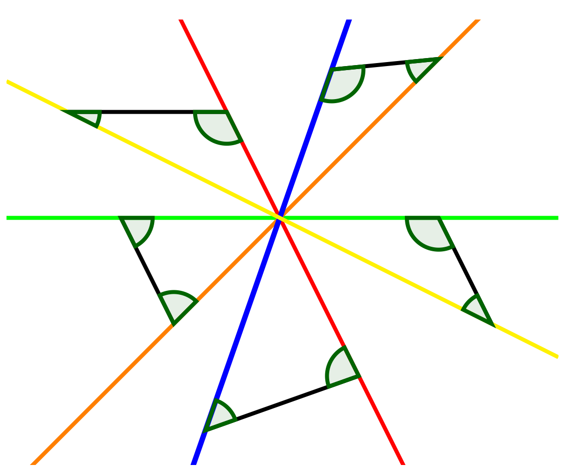
Problema 2.

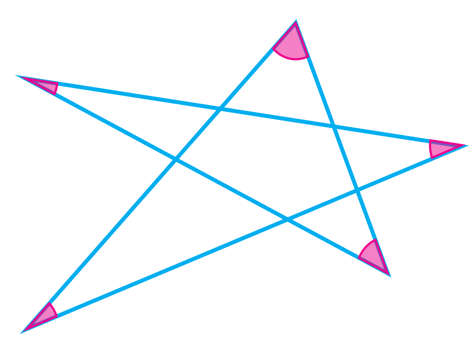
A partir de la siguiente figura, determine los valores de α y β.



Problema 3.

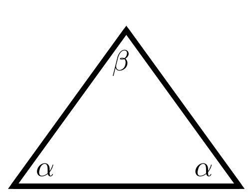
En cada figura hallar la suma de las medidas de los ángulos marcados.

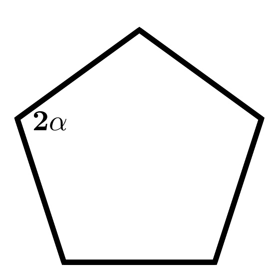




Problema 4.

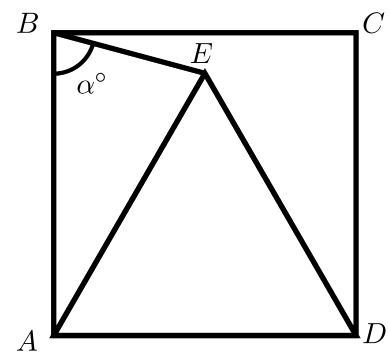
En la siguiente figura se encuentra un triángulo isósceles y un pentágono regular. ¿Cuál es el valor de $\beta - \alpha$?





Problema 5.

En la siguiente figura $ABCD$ y DAE son polígonos regulares. ¿Cuál es el valor de α?

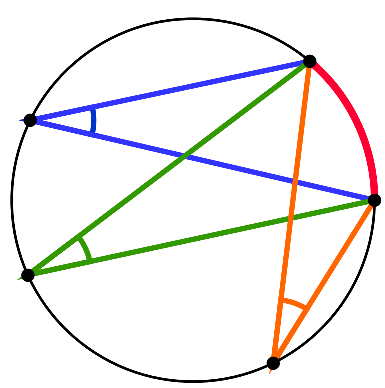


Problema 6.

Los puntos A, B, C, D, y E son vértices consecutivos diferentes de un polígono regular de n lados. Si las mediatrices de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{DE}$ de este polígono se cortan perpendicularmente, ¿cuál es el valor de n?

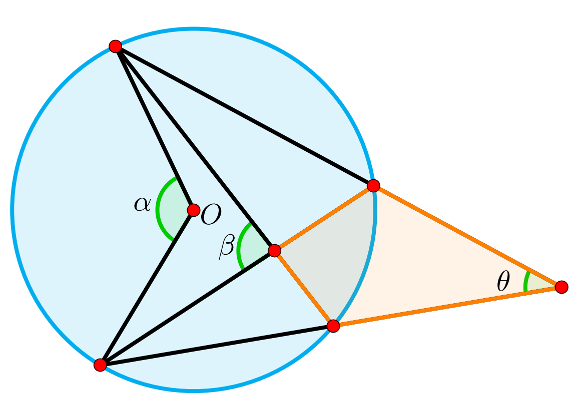
Problema 7.

Determine la suma de las medidas (en grados) de los ángulos marcados en la siguiente figura, sabiendo que la longitud del arco rojo, corresponde a $\frac{1}{9}$ de la longitud total de la circunferencia.



Problema 8.

En la siguiente figura O es el centro de la circunferencia. Si $\alpha = 94°$ y $\beta = 58°$, ¿cuál es el medida del ángulo θ?



Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

Solucionario
Segunda Capacitación
Nivel Básico
6° y 7°

Solución Problema 1.

Rta: $105 + 105 = 210$.

Solución Problema 2.

$\alpha = 1200^\circ$ y $\beta = 85^\circ$.

Solución Problema 3.

En la figura de la izquierda la suma es $180 \times 5 - 180 = 180 \times 4 = 720^\circ$. En la figura de la derecha la suma es 180°.

Solución Problema 4.

Recuerde que la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono está dada por $180(n-2)$, donde n es el número de lados. Por lo tanto, la medida de cada ángulo interno del pentágono regular mide

$$\frac{180(5-2)}{5} = 108^\circ,$$

de ahí que $2\alpha = 108^\circ$, luego $\alpha = 54^\circ$. Además, la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°, esto implica que

$$\begin{aligned} \beta + 2\alpha = \beta + 108^\circ &= 180^\circ, \\ \beta &= 72^\circ, \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\beta - \alpha = 72^\circ - 54^\circ = 18^\circ$.

Solución Problema 5.

Dado que el triángulo ADE es regular, es decir es equilátero, entonces $\measuredangle DAE = 60^\circ$. Además, el polígono $ABCD$ es un cuadrado de modo que $\measuredangle DAB = 90^\circ$ luego

$$\measuredangle EAB = \measuredangle DAB - \measuredangle DAE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

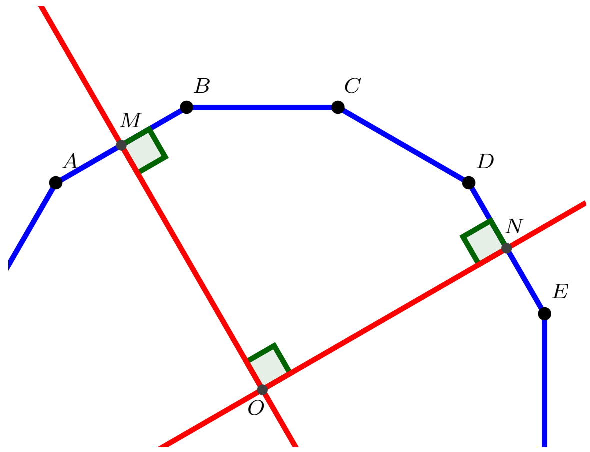
Por otra parte, note que $AB = AE$, luego el triángulo EAB es isósceles en A, así que $\alpha^\circ = \measuredangle ABE = \measuredangle BEA$ y como la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°, entonces:

$$\begin{aligned} 180^\circ &= \measuredangle EAB + \measuredangle ABE + \measuredangle BEA, \\ 180^\circ &= 30^\circ + \alpha^\circ + \alpha^\circ, \\ 150^\circ &= 2\alpha^\circ, \\ 75^\circ &= \alpha^\circ. \end{aligned}$$

Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

Solución Problema 6.

Considere la siguiente figura:



Sea n el número de lados del polígono regular. Sabemos que la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono con n lados es $180(n-2)$ luego, la suma de los ángulos internos del polígono $OMBCDN$ (con 6 lados) es:

$$90 + 90 + \measuredangle B + \measuredangle C + \measuredangle D + 90 = 180(6-2) \tag{1}$$

Por otra parte, como el polígono del enunciado es regular y tiene n lados, cada uno de sus ángulos internos mide

$$\frac{180(n-2)}{n},$$

en particular,

$$\measuredangle B = \measuredangle C = \measuredangle D = \frac{180(n-2)}{n}, \tag{2}$$

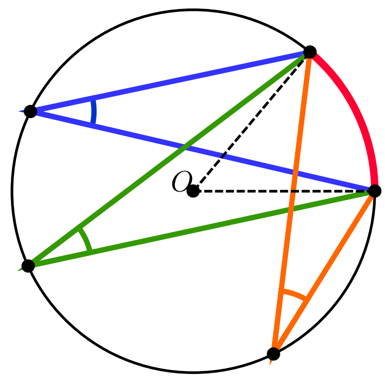
De esta manera, reemplazando (2) en (1) se tiene que:

$$\begin{aligned} 3 \times 90 + 3 \times \frac{180(n-2)}{n} &= 180 \times 4, \\ \frac{540(n-2)}{n} &= 450, \\ 540n - 1080 &= 450n, \\ 90n &= 1080, \end{aligned}$$

de donde se concluye que $n = 12$.

Solución Problema 7.

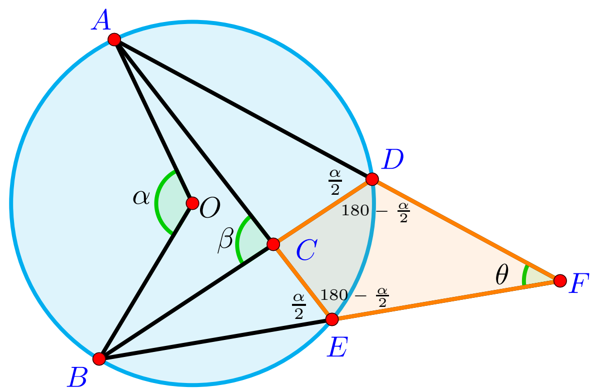
Considere la siguiente figura en la que O es el centro del círculo:



Dado que el arco rojo corresponde a $\frac{1}{9}$ de la longitud de la circunferencia, entonces el ángulo central O mide $\frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$. Ahora, note que los otros tres ángulos subtienden el mismo arco y están inscritos en la circunferencia. Sabiendo que la medida de un ángulo central que subtiende el mismo arco de un ángulo inscrito, es el doble de la medida del ángulo inscrito; se tiene que cada uno de los tres ángulos marcados mide 20°, y por lo tanto la suma de las medidas de dichos ángulos es 60°.

Solución Problema 8.

Considere la siguiente figura:



Note que:

- AOB es un ángulo central, mientras que ADB y AEB son ángulos inscritos que subtienden el mismo arco que AOB, de ahí que:

$$\measuredangle ADB = \measuredangle AEB = \frac{\measuredangle AOB}{2} = \frac{\alpha}{2}.$$

- Los ángulos ACB y ECD son opuestos por el vértice, luego

$$\measuredangle ECD = \beta.$$

- Los ángulos CDF y FEC son suplementarios con los ángulos ADB y AEB, respectivamente, esto es:

$$\measuredangle CDF = \measuredangle FEC = 180 - \frac{\alpha}{2}.$$

Finalmente, como las medidas de los ángulos internos de un cuadrilátero suman 360°, tenemos, para el cuadrilátero $CDFE$:

$$\begin{aligned}
\measuredangle ECD + \measuredangle CDF + \measuredangle DFE + \measuredangle FEC &= 360, \\
\beta + 180 - \frac{\alpha}{2} + \theta + 180 - \frac{\alpha}{2} &= 360, \\
\theta &= \alpha - \beta, \\
\theta &= 94^\circ - 58^\circ, \\
\theta &= 36^\circ.
\end{aligned}$$