



## INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son: Nivel Básico (grado 6° y 7°), Nivel Medio (grado 8° y 9°), y Nivel Avanzado (grado 10° y 11°).
2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba el procedimiento que permita resolver el problema, así como su respectiva justificación. Si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

# Prueba Final Nivel Medio



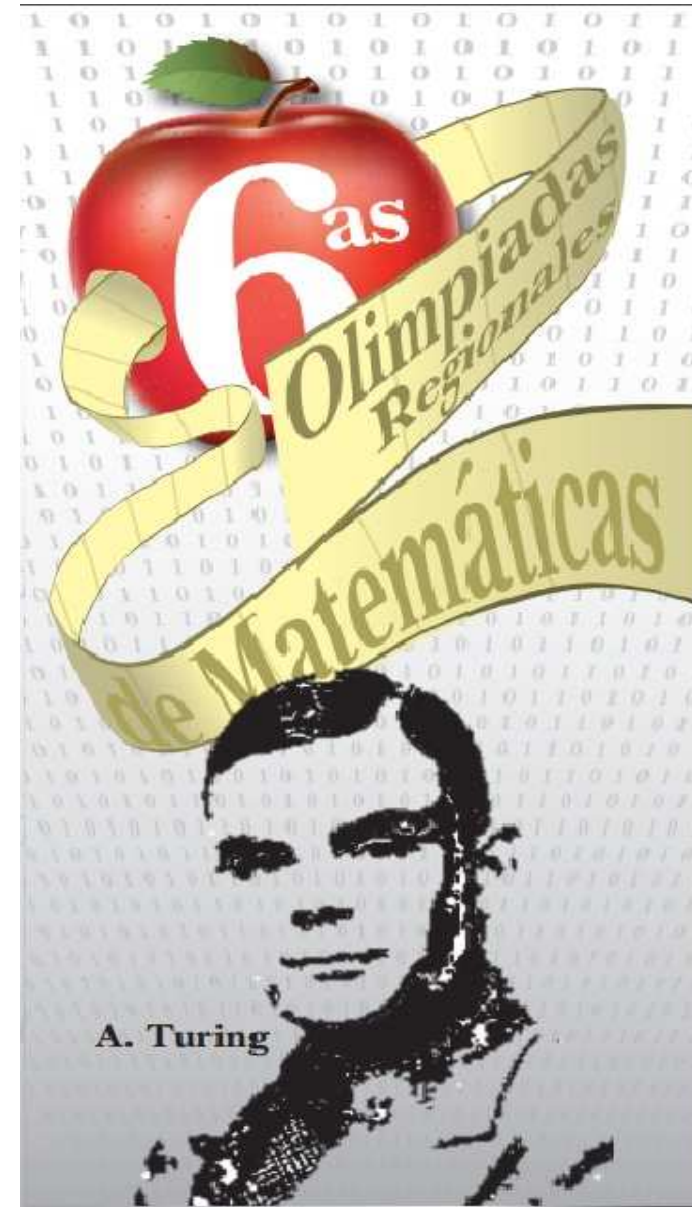
**Universidad Industrial de Santander**

<http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas>  
[olimpiadas@matematicas.uis.edu.co](mailto:olimpiadas@matematicas.uis.edu.co)



**Síguenos en Facebook:**

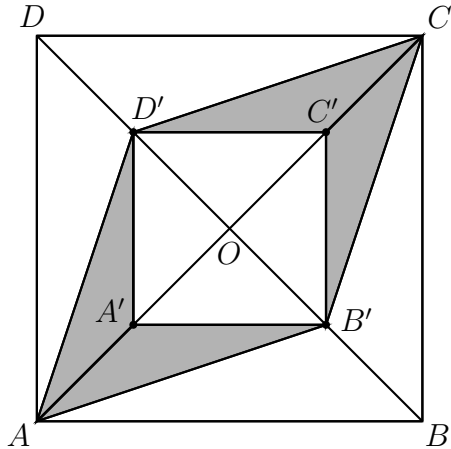
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS



## PRUEBA FINAL NIVEL MEDIO

1. Sea  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ . ¿Cuál es la menor cantidad de signos “+” que se deben reemplazar en  $S$  por signos “-” para obtener 2960? ¿Es posible obtener 2963? Argumente su respuesta.

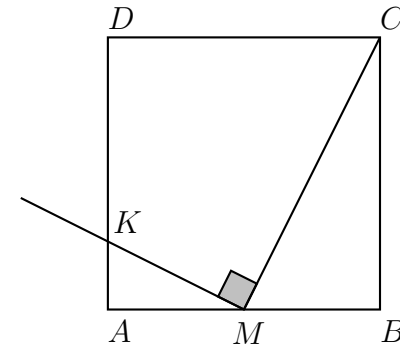
2.  $ABCD$  es un cuadrado de lado  $L$ . Si  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  son puntos medios de  $\overline{AO}$ ,  $\overline{BO}$ ,  $\overline{CO}$ ,  $\overline{DO}$  respectivamente, calcule el área de la región sombreada.



3. Un número es “maravilloso” si uno de sus dígitos es el promedio de los otros. ¿Cuántos números de tres cifras son maravillosos?

4. Dado un entero positivo  $n$ , hallar la suma de todos los enteros positivos menores que  $10n$  que no son múltiplos de 2 ni de 5.

5. En el cuadrado  $ABCD$ ,  $M$  es el punto medio del segmento  $\overline{AB}$ . Una línea perpendicular al segmento  $\overline{MC}$  en  $M$  corta a  $\overline{AD}$  en  $K$ . Probar que el ángulo  $\angle BCM$  es congruente al ángulo  $\angle KCM$ .



6. Se toma un subconjunto  $A_i$  de 15 elementos del conjunto  $A = \{1, 2, 3, \dots, 19, 20\}$ . Al producto de sus elementos le llamaremos el *producto característico* del subconjunto y lo notaremos por  $P_{A_i}(x)$ .

¿Cuántos subconjuntos  $A_i$  tienen el mismo producto característico que el subconjunto  $A_a = \{1, 7, 8, 9, 10, 11, \dots, 19, 20\}$ ? Exhíbelos si existen.