

INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son: Nivel Básico (grado 6° y 7°), Nivel Medio (grado 8° y 9°), y Nivel Avanzado (grado 10° y 11°).
2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba el procedimiento que permita resolver el problema, así como su respectiva justificación. Si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

5^{tas}
Olimpiadas Regionales de Matemáticas

Universidad Industrial de Santander

**Prueba Final
Nivel Medio**

Paul Erdős

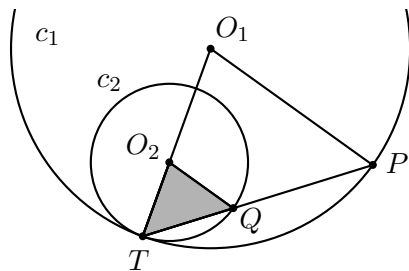
"Un matemático es una máquina para transformar café en teoremas"

PRUEBA FINAL NIVEL MEDIO

1. Se tienen tres números enteros consecutivos. Muestre que el doble del cubo del mayor menos la suma de los cubos de los otros dos es divisible entre 3.

2. A los finalistas de la prueba de olimpiadas se les asigna un código para facilitar su ubicación en la prueba. El código está formado por la inicial del primer nombre, seguido por la inicial del primer apellido, seguido por la posición que ocupó en la prueba selectiva y finalmente seguido por un indicador de nivel (B:Básico, M:Medio y A:Avanzado). Por ejemplo Carlos Eliecer Mejía Cárdenas quien ocupó el puesto 18 en la selectiva de nivel básico tiene asignado el código $CM18B$. Se sabe que son 25 participantes de cada nivel, si se asigna a cada letra en valor numérico de forma ascendente (siendo $A = 1, B = 2, \dots, Z = 27$), cuántos participantes podrían obtener el mismo resultado que $FC11M$, al multiplicar los cuatro números que componen el código. En caso de haber algunos, haga un posible listado de los códigos.

3. Considere la siguiente figura donde los círculos c_1 y c_2 con centros en O_1 y O_2 respectivamente, son tangentes en T . Si $O_1T = 10\text{ cm}$, $O_2T = 4\text{ cm}$ y $PQ = 9\text{ cm}$, encuentre el área del triángulo QO_2T .

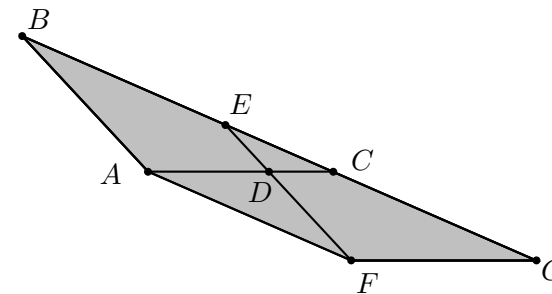


4. La diferencia de edad de seis personas: A, B, C, D, E, F se registró en una tabla, pero accidentalmente la hoja de registro se extravió y sólo se recuperaron los datos que aparecen en la siguiente tabla.

	A	B	C	D	E	F
A			2		4	
B	9					
C		x			6	
D		4				
E				1		y
F		15		11		

- a) Hallar si es posible el valor numérico de $x + y$.
- b) Si se sabe que E es mayor que F . Ordenar de mayor a menor las seis personas.

5. En la siguiente figura los triángulos BAC y EFD son congruentes e isósceles en A y F respectivamente, si el área sombreada es igual a 36 cm^2 , $DC = \frac{AC}{3} = 3\text{ cm}$ y $3 \times AC = BC$, halle el área del triángulo ADF .



6. A lo largo de una mesa rectangular se ubican k bombillos con su respectivo interruptor numerado con la posición que ocupa de izquierda a derecha. En un grupo de k personas se le asigna a cada una de ellas un número entre 1 y k , de tal forma que no hay dos personas con el mismo número. Ahora, se van escogiendo las personas de forma aleatoria y se les pide que pasen por la mesa oprimiendo los interruptores etiquetados con los números que sean múltiplos del número que les fue asignado. Si todos los bombillos estaban apagados inicialmente, diga cuáles bombillos quedaron encendidos luego de hacer pasar a todas las personas una vez.