

Prueba Final



Agosto 18 de 2012

Nivel Medio

Grados 8 y 9

INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel.
2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba únicamente la respuesta que usted considere es la del problema, si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

1. Si $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$, con $x \neq 0$, determine $\frac{x^2-1}{x^2+1}$.

2. El área de un campo trapezoidal es de 1400 metros cuadrados. Si la altura es de 50 metros, halle las dos bases sabiendo que el número de metros de cada base es un número entero divisible por 8. Encuentre todas las posibles soluciones.

3. Diremos que dos o mas números, con una misma cantidad de dígitos, son miembros de una misma familia, cuando todos poseen al menos un dígito común. Por ejemplo, los números 12, 52 y 42 pertenecen a la misma familia, pues todos poseen el dígito 2, pero los números 213, 154 y 658 no están en la misma familia, ya que no hay un dígito que aparezca en los tres números. ¿Cuál es la mayor cantidad de miembros de una familia, cuyos elementos tienen tres dígitos?

4. Jacobo pidió 4 pares de medias negras y algunos pares de medias azules. El precio de cada par de medias negras es 2 veces el de cada par de azules. Hizo el pedido y encontró que el número de pares de los dos colores había sido cambiado. Esto aumentó la cuenta en un 50%. ¿Cuál es la relación entre el número de pares de medias negras y el de azules en el pedido original?

5. Se tienen dos triángulos rectángulos semejantes. Si el producto de dos catetos homólogos es 5 y de los otros dos es 25, calcule el cuadrado del producto de las hipotenusas.

6. Considere el triángulo numérico

$$\begin{array}{cccccccc}
 1 & & 3 & & 5 & & \dots & (2n-3) & & (2n-1) \\
 & 4 & & 8 & \dots & (4n-8) & & & (4n-4) & \\
 & & 12 & \dots & \dots & \dots & & (8n-12) & &
 \end{array}$$

donde cada número es la suma de los dos que tiene encima (cada fila tiene un número menos y en la última sólo hay un número). Para cada $n \geq 1$, sea a_n la sucesión de los números que aparecen en la última fila del triángulo numérico anterior. Por ejemplo: $a_1 = 1$, $a_2 = 4$, $a_3 = 12$, etc. Calcule a_{2012} .



Universidad Industrial de Santander
<http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas>
olimpiadas@matematicas.uis.edu.co

