

# Prueba Final



Noviembre 5 de 2011

## Nivel Medio

Grados 8 y 9

### INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel.
2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba únicamente la respuesta que usted considere es la del problema, si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

1. La sucesión 141, 1441, 14441, ... contiene todos los números de la forma

$$\underbrace{144 \dots 41}_{n \text{ dígitos } 4}$$

La cantidad de dígitos 4 indica la posición del número en la secuencia. Por ejemplo: 1444441 es el quinto término de la sucesión. ¿En los 2011 primeros términos de la sucesión, cuántos son divisibles por 3?

2. En un antiguo juego chino, dos jugadores, Rojo y Negro, comienzan con dos pilas de fichas, se turnan removiendo fichas de las pilas según las siguientes opciones:

- Se pueden quitar cualquier número de fichas de una de las pilas.
- Se pueden quitar el mismo número de fichas de ambas pilas.

Inicialmente hay 9 fichas en una de las pilas y 12 en la otra. Gana el que quita la última ficha. Si Rojo juega primero. ¿Cuál debe ser la primera jugada de Rojo para asegurarse la victoria sin importar como juegue el Negro?

3. Un cuadrado  $ABCD$  de lado  $6\text{ cm}$  fue dividido en 4 triángulos como se muestra en la figura 1. Usando estos 4 triángulos se forma el cuadrado  $PQRS$  que se muestra en la figura 2.

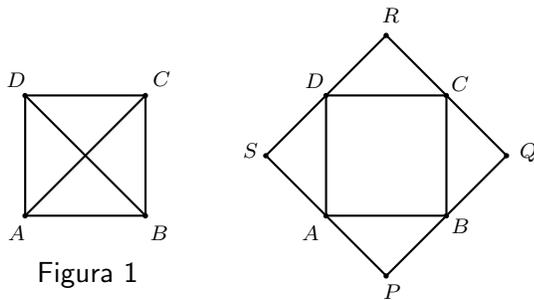
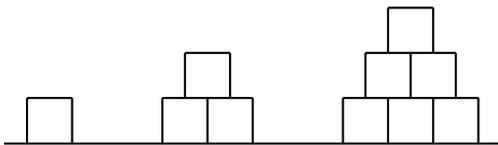


Figura 1

Figura 2

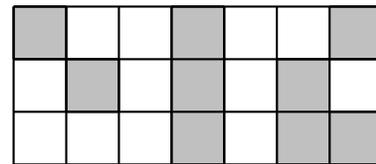
Sea  $M$  el punto de corte de los segmentos  $\overline{AR}$  y  $\overline{DC}$ . Encuentre el área del triángulo  $DMR$ .

4. La figura muestra 3 castillos de naipes de 1, 2 y 3 pisos. Para la construcción de estos castillos se utilizaron 3, 8 y 15 cartas respectivamente. ¿Cuántas cartas se necesitan para construir los 15 primeros castillos?



5. Sea  $ABC$  un triángulo, sean  $D$  y  $E$  los puntos medios de  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  respectivamente. Sean  $C_1$  la circunferencia que pasa por los puntos  $A, B$  y  $C$ , y  $C_2$  la circunferencia que pasa por los puntos  $A, D$  y  $E$ . Encuentre la razón entre el área de  $C_1$  y el área de  $C_2$ .

6. Cada cuadrito de un tablero de  $3 \times 7$  es coloreado con algunos de dos colores (digamos blanco o negro). Un ejemplo de una coloración del tablero se muestra en la figura.



Demuestre que en cualquier coloración siempre hay 4 cuadritos del mismo color que son las esquinas de un rectángulo contenido en el tablero.



Universidad Industrial de Santander

<http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas>

[olimpiadas@matematicas.uis.edu.co](mailto:olimpiadas@matematicas.uis.edu.co)