

Prueba Final



Noviembre 5 de 2011

Nivel Avanzado

Grados 10 y 11

INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTAR LA PRUEBA

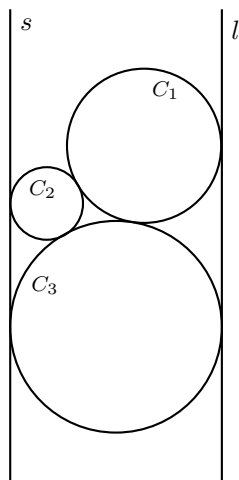
1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel.
2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba únicamente la respuesta que usted considere es la del problema, si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

1. Encuentre todos los enteros positivos a, b, c tales que $ab + bc + ca$ es un número primo y $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b+c}{b+a}$.

2. Sea $ABCD$ un cuadrado de lado 4 cm , donde M es el punto medio de \overline{AD} , N es el punto medio de \overline{AB} . Al trazar el segmento \overline{BD} , éste corta al segmento \overline{CN} en K y al segmento \overline{CM} en L . Encuentre el área del cuadrilátero $NKLM$.

3. Sea n un entero positivo par. Encuentre todas las triplas de números reales (x, y, z) tales que $x^n y + y^n z + z^n x = xy^n + yz^n + zx^n$.

4. La siguiente figura muestra dos rectas paralelas l y s . La recta l es tangente a las circunferencias C_1 y C_3 , la recta s es tangente a las circunferencias C_2 y C_3 , y las circunferencias son tangentes entre sí, como se muestra en la figura.



Si las circunferencias C_1 y C_2 tienen radios a y b respectivamente. Determine el radio de la circunferencia C_3 .

5. Sea ABC un triángulo, sea E el punto sobre la semirrecta \overrightarrow{CB} tal que $CB = BE$, sea O el punto medio de CA y sea D el punto sobre la semirrecta \overrightarrow{CA} tal que $OA = AD$. Encuentre la razón entre el

cuadrilátero $ABED$ y el triángulo ABC .

6. A un club de ajedrez pertenecen n mujeres y $2n$ hombres, pero entre todos, hay menos de 20 integrantes. En el último campeonato interno, en el cual cada integrante enfrentó a cada uno de los otros integrantes del club exactamente una vez, la razón entre el número de partidas ganadas por las mujeres y el número de partidas ganadas por los hombres es $3 : 4$. Determine cuantas mujeres integran el club de ajedrez.



Universidad Industrial de Santander

<http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas>
olimpiadas@matematicas.uis.edu.co