

Prueba Final



Octubre 17 de 2010

Nivel Medio

Grados 8 y 9

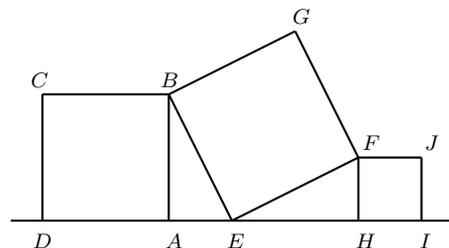
INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel.
2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba únicamente la respuesta que usted considere es la del problema, si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

1. El primer número de una secuencia es 4. El próximo se obtiene de la siguiente manera: Calculamos el cuadrado del número anterior $4^2 = 16$ y en seguida calculamos la suma de sus dígitos y adicionamos 4, es decir el segundo número de la secuencia es $1 + 6 + 4 = 11$. repetimos este proceso, obteniendo $11^2 = 121$ y así el tercer número de la secuencia es $1 + 2 + 1 + 4 = 8$ y así sucesivamente. ¿Cuál es el elemento 2010 de esta secuencia?

2. En la figura el cuadrado $ABCD$ tiene área de 30 cm^2 y el cuadrado $FHIJ$ tiene área de 20 cm^2 .

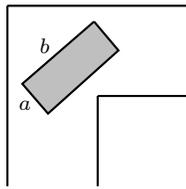
Los vértices A, B, E, H e I de los tres cuadrados están en una misma recta. Calcule al área del cuadrado $BEFG$.



3. Decimos que un conjunto A formado por cuatro

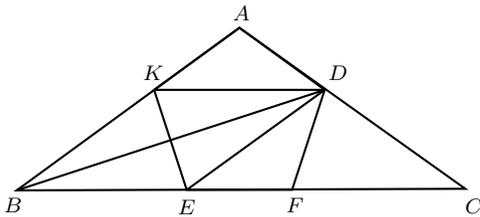
dígitos distintos no nulos es intercambiable si podemos formar dos pares de números, cada uno con 2 dígitos de A , de modo que el producto de los números de cada par sea el mismo y que, en cada par, todos los dígitos de A se utilicen. Por ejemplo, el conjunto $\{1, 2, 3, 6\}$ es intercambiable pues $21 \cdot 36 = 12 \cdot 63$. Determine todos los conjuntos intercambiables.

4. Una mesa rectangular, cuyas patas tienen ruedas, debe ser empujada por un pasillo de ancho constante, que forma un ángulo recto.

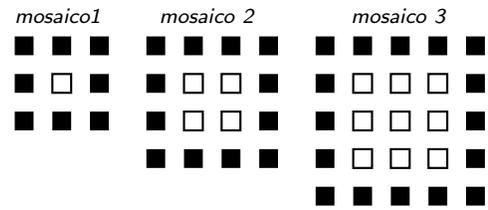


Si las dimensiones de la mesa son a y b (con $2a < b$), ¿cuál debe ser el ancho mínimo del pasillo para que la mesa pueda ser empujada a través de él?

5. Sea ABC un triángulo tal que en su interior se puede inscribir un pentágono regular $AKEDF$, como se muestra en la figura. Hallar la medida del ángulo \widehat{BDE} .



6. Con Azulejos cuadrados blancos y negros del mismo tamaño, construimos los siguientes mosaicos:



la regla para construir estos mosaicos es la siguiente: inicialmente formamos un cuadrado con 1 azulejo blanco cercado por azulejos negro; y en seguida, otro cuadrado, éste con 4 azulejos blancos, también cercados por azulejos negros; y así sucesivamente. Con 80 azulejos negros, ¿Cuántos azulejos blancos serán necesarios para hacer una secuencia de mosaicos como ésta?



Universidad Industrial de Santander
<http://matematicas.uis.edu.co/olimpiada>
olimpiadas@matematicas.uis.edu.co