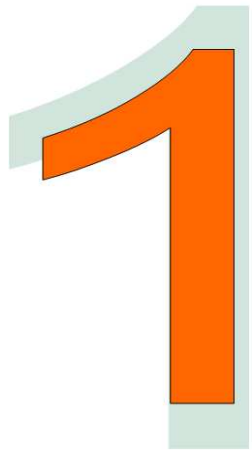
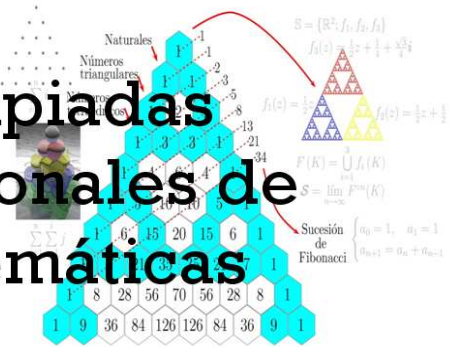


Prueba Final



as

Olimpiadas Regionales de Matemáticas



Noviembre 7 de 2009

Nivel Avanzado

Grados 10 y 11

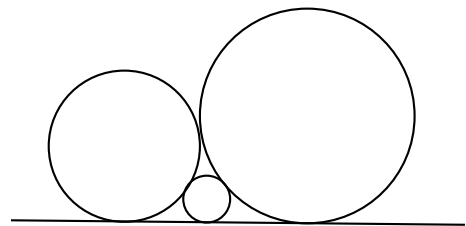
INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel.
2. El examen consta de 6 preguntas tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta escriba únicamente la respuesta que usted considere es la del problema, si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera. Cada respuesta tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

1. Supongamos que en la esfera de un reloj se altera arbitrariamente el orden usual de los números. Demuestre que cualquiera sea la permutación obtenida, siempre habrá una terna de números ocupando posiciones consecutivas de manera que la suma de los mismos sea mayor ó igual que 20.

2. Se tienen dos circunferencias tangentes entre sí, una de radio 2 y la otra de radio 3 y una línea tangente a las dos circunferencias. Si hay otra circunferencia tangente a las primeras dos y a la línea, como se muestra en el dibujo, ¿Cuál es el radio de la tercera

circunferencia?



3. Calcula la suma de todas las fracciones $\frac{a}{b}$ tales que a y b son enteros positivos menores o iguales a 1000, y a es menor o igual a b .

4. Un batallón de n soldados es tal que:

- a) n es un número capicúa.
- b) Si los soldados se forman de tres en tres, quedan dos soldados en la última fila; si se forman de cuatro en cuatro, quedan tres soldados en la última fila, y si se forman de cinco en cinco quedan cinco soldados en la última fila.

¿Cuál es el menor número de soldados que hay en el batallón?

5. Sea P un punto interior de un hexágono regular. Se une P con cada vértice del hexágono, determinando así 6 triángulos, que coloreamos alternadamente de rojo y azul. Pruebe que la suma de las áreas de los

3 triángulos rojos coincide con la suma de las áreas de los 3 triángulos azules.

6. ¿Para que números enteros n se cumple que su último dígito sea el mismo que el último dígito de n^{2009} ?



Universidad Industrial de Santander

<http://matematicas.uis.edu.co/orc>
olimpiadas@matematicas.uis.edu.co