Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
XIV Olimpiadas Regionales de Matemáticas.
SECUNDARIA-2022.

"Investiga. Pregunta. Encuentra a alguien que haga aquello en lo que estás interesado. Sé curioso."
- Katherine Johnson.

PRIMERA CAPACITACIÓN

NIVEL BÁSICO

6° Y 7°

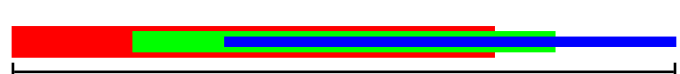
PROBLEMA 1.

En cierto momento de una maratón olímpica, un atleta se da cuenta que ha recorrido $\frac{3}{7}$ de lo que le falta para llegar a la meta y que aún le quedan 1000 metros más de lo que lleva para terminar la carrera. ¿Cuántos metros debe recorrer el atleta desde el inicio hasta el final de la carrera?

(a) 2500 (b) 1750 (c) 4500 (d) 2400 (e) No sé

PROBLEMA 2.

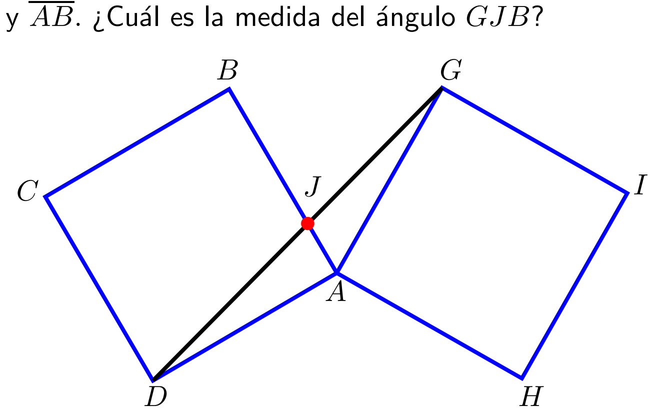
Lucía desea medir sus lápices de colores. Para ello cuenta con tres cintas de colores diferentes, cuyas longitudes suman 1 metro. Ella logra extender las cintas como se muestra en el gráfico, cubriendo un segmento de línea recta cuya longitud equivale a 10 veces la de un lápiz. Luego se da cuenta que a lo largo de la cinta verde caben exactamente 6 lápices, y en el arreglo que hizo con las cintas, desde el extremo izquierdo de la cinta azul hasta el extremo derecho de la cinta roja caben exactamente 4 lápices, uno en seguida del otro. Si todos los lápices tienen la misma longitud, ¿cuál es la longitud de cada lápiz?



(a) $5\,cm$ (b) $10\,cm$ (c) $6\,cm$ (d) $4\,cm$ (e) No sé

PROBLEMA 3.

En la siguiente figura, $ABCD$ y $AHIG$ son cuadrados de igual área, $AD = BG$ y J es el punto de intersección entre $\overline{DG}$ y $\overline{AB}$. ¿Cuál es la medida del ángulo GJB?

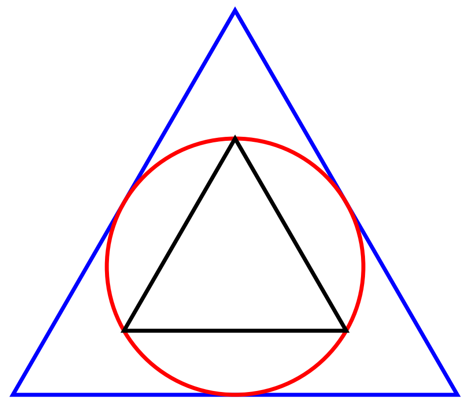


(a) $60°$ (b) $105°$ (c) $90°$ (d) $75°$ (e) No sé

Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316; 6450301.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

Problema 4.

En un triángulo equilátero de área $A = 8\,cm^2$ se inscribe una circunferencia, y en la circunferencia se inscribe otro triángulo equilátero cuya área es B, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el valor de $\dfrac{B}{A}$?



(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{3}$ (e) No sé

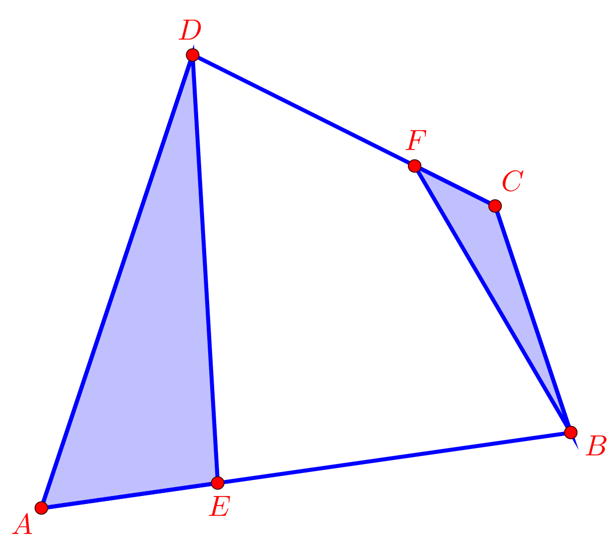
Problema 5.

Mariana, Carolina y Paula están leyendo cada una el mismo libro de cuentos. Mariana lleva un número par de cuentos leídos y solo le falta 1 para terminar el libro, mientras que a Carolina, que lleva un número múltiplo de 3 de cuentos leídos, le faltan 2, y a Paula que ha leído el mismo número de cuentos por día, durante 4 días, le faltan 3. Si el libro tiene menos de 16 cuentos, ¿cuántos cuentos tiene el libro?

(a) 9 (b) 15 (c) 11 (d) 13 (e) No sé

Problema 6.

Si en la figura $AB = 3AE$, $CD = 4CF$, el área del triángulo ADE es $10\,cm^2$ y el área del triángulo BCF es $3\,cm^2$; ¿cuál es el área del cuadrilátero $ABCD$?



(a) $55\,cm^2$ (b) $49\,cm^2$ (c) $42\,cm^2$ (d) $29\,cm^2$ (e) No sé

Problema 7.

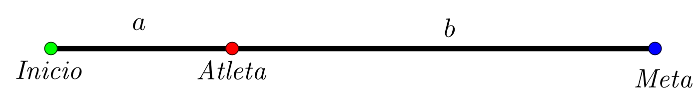
Si el número $\overline{7ba1b}$ es divisible entre 15, ¿cuál es el máximo valor que puede tomar $a + b$?

(a) 14 (b) 18 (c) 12 (d) 16 (e) No sé

Solucionario
Primera Capacitación
Nivel Básico
6° y 7°

Problema 1.

Solución: *Sean a los metros que el atleta lleva recorridos y b los metros que le falta para terminar la carrera.*



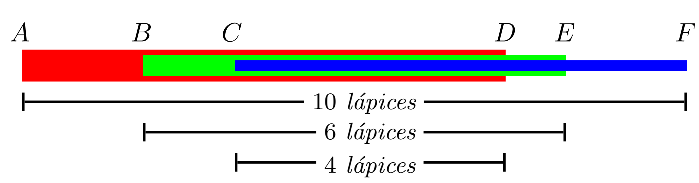
Entonces $a = \frac{3}{7}b$ *y* $b = 1000 + a$. *Reemplazando a en la segunda ecuación se tiene:*

$$\begin{aligned} b &= 1000 + \frac{3}{7}b, \\ b - \frac{3}{7}b &= 1000, \\ \frac{4}{7}b &= 1000, \\ b &= 1750. \end{aligned}$$

Luego $a = 750$, *así que la distancia que debe recorrer el atleta desde el inicio hasta el final de la carrera es* $a + b = 2500$ *metros.*

Problema 2.

Solución: *Denotamos cada cinta como un segmento, así:* $\overline{AD}$ *es la cinta roja,* $\overline{BE}$ *la cinta verde y* $\overline{CF}$ *la cinta azul. De este modo, tenemos que* $AD + BE + CF = 100\,cm$ *y además* $AF = 10$ *lápices,* $BE = 6$ *lápices y* $CD = 4$ *lápices.*



Note en el gráfico que $AD + BE + CF = AF + BE + CD$, *luego*

$$100\,cm = 20 \text{ lápices.}$$

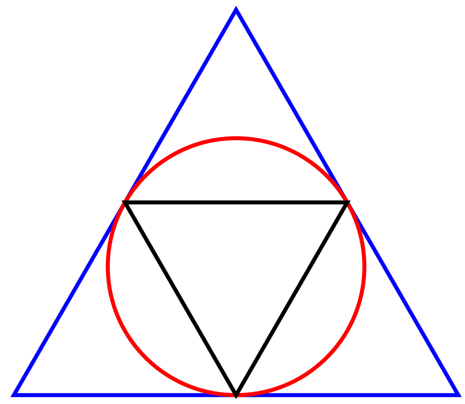
Por lo tanto cada lápiz mide $\frac{100\,cm}{20} = 5\,cm$.

Problema 3.

Solución: *Note que el triángulo BAG es equilátero, entonces* $\measuredangle GAB = 60°$, *y* $\measuredangle GAD = 90° + 60° = 150°$. *Además, el triángulo GAD es isósceles, de ahí que* $\measuredangle ADG = \measuredangle DGA = 15°$. *Finalmente, note que* $\measuredangle GJB = 180° - \measuredangle GJA$, *pero* $\measuredangle GJA = 180 - \measuredangle DGA = 180° - 60° - 15° = 105°$, *por lo tanto* $\measuredangle GJB = 180° - 105° = 75°$.

Problema 4.

Solución: *Considere la siguiente figura, en la que se ha girado* $180°$ *el triángulo interior:*



Note que el triángulo exterior de área A *queda dividido en cuatro triángulos pequeños iguales, siendo uno de ellos el triángulo interior a la circunferencia de área* B*, por lo tanto* $\dfrac{B}{A} = \dfrac{1}{4}$.

Problema 5.

Solución: *Sea* n *el número de cuentos que tiene el libro, entonces* $n < 16$ *y*

$$\begin{aligned} n &= 2k+1, \\ n &= 3s+2, \\ n &= 4r+3, \end{aligned}$$

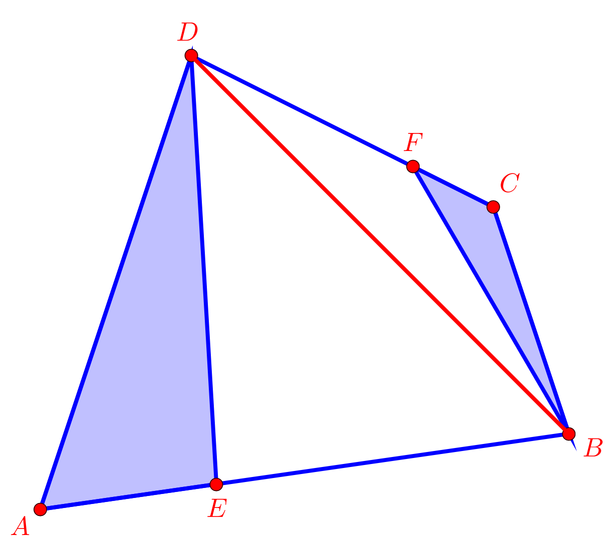
donde k, r *y* s *son números enteros. De la primera ecuación, se sigue que* n *es impar así, los posibles valores para* n *son:*

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.$$

Pero de estos, el único número que cumple las otras dos condiciones es el 11*. De modo que el libro tiene* 11 *cuentos.*

Problema 6.

Solución: *Considere la siguiente figura, en la que se ha trazado el segmento* $\overline{BD}$.



Note que los triángulos ADE *y* EDB *comparten la misma altura, respecto a sus bases* $\overline{AE}$ *y* $\overline{EB}$*, respectivamente; y dado que* $AB = 3AE$*, entonces* $EB = 2AE$ *Por lo tanto el área del triángulo* EDB *es el doble del área del triángulo* ADE*, esto es* $20\,cm^2$.
Análogamente, se deduce que el área del triángulo BFD *es el triple del área del triángulo* BCF*, es decir* $9\,cm^2$.
Por lo anterior, el área del cuadrilátero $ABCD$ *es* $10+20+9+3 = 42\,cm^2$.

Informes:
`olimpiadas.matematicas@uis.edu.co`
Tel.: 6344000 *ext.* 2316; 6450301.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.
@edumat.uis

Problema 7.

Solución: *Si* $\overline{7ba1b}$ *es divisible entre* 15*, entonces es divisible entre* 5 *y* 3*. Un número es divisible entre* 5 *si termina en* 0 *o en* 5*, luego* $b = 0$ *o* $b = 5$*.*

- *Si* $b = 0$*, entonces* $\overline{7ba1b} = \overline{70a10}$*, por el criterio de divisibilidad del* 3 *la suma de las cifras,* $7 + 0 + a + 1 + 0 = 8 + a$*, es múltiplo de* 3*, luego los posibles valores de* a *son:* $1, 4$ *y* 7*.*
- *Si* $b = 5$*, entonces* $\overline{7ba1b} = \overline{75a15}$*, por el criterio de divisibilidad del* 3*, la suma de las cifras,* $7 + 5 + a + 1 + 5 = 18 + a$*, es múltiplo de* 3*, luego los posibles valores de* a *son:* $0, 3, 6$ *y* 9*.*

Por lo anterior, el máximo valor que puede tomar $a + b$ *es* $9 + 6 = 14$*.*