Primera Capacitación Nivel Básico

Olimpiadas Regionales de Matemáticas-Secundaria

Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander
Grupo Edumat

Bucaramanga, febrero 19 de 2022

SCAN ME

Informes:
olimpiadas.matematicas@uis.edu.co
Tel.: 6344000 *ext.* 2316*;* 6450301.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

METODOLOGÍA

NIVELES

Básico: para estudiantes de 6° y 7°.

Medio: para estudiantes de 8° y 9°.

Avanzado: para estudiantes de 10° y 11°.

FASES

1. Capacitaciones.
2. Prueba Clasificatoria.
3. Prueba Selectiva.
4. Prueba Final.
5. Entrenamientos.

FASES

CAPACITACIONES

- 3 talleres gratuitos de capacitación para docentes y estudiantes.

PRUEBA CLASIFICATORIA

- Participan los estudiantes inscritos.
- **Modalidad virtual,** en la plataforma Moodle.
- Consta 9 problemas de selección múltiple con única respuesta.

FASES

PRUEBA SELECTIVA

- Participan los estudiantes clasificados por alguno de los siguientes criterios:

  Criterio 1. el estudiante pertenece al conjunto del 10% de los estudiantes que obtuvieron los mejores puntajes en la Prueba Clasificatoria.

  Criterio 2. si alguna institución participante no alcanzó la clasificación del 10% de los estudiantes participantes, el Comité Organizador clasifica a los restantes estudiantes, para completar el 10% de clasificación en cada nivel.

- **Modalidad presencial**, en las sedes regionales (Barbosa, Barrancabermeja, Bucaramanga, Málaga, Socorro, UFPS-Ocaña).

FASES

Prueba Final

- Participan los estudiantes clasificados por alguno de los siguientes criterios:

  Criterio 1. el estudiante pertenece al conjunto de los 20 estudiantes con los mejores puntajes en la prueba selectiva de cada nivel.

  Criterio 2. si un municipio no tiene representación por el criterio 1, el Comité otorga el título de Estudiante Finalista al participante del municipio con el mejor puntaje en la prueba de selectiva.

- **Modalidad presencial**, en las instalaciones de la UIS-Bucaramanga.

Entrenamientos

A los estudiantes finalistas se les ofrecerá una preparación especial con el ánimo que participen en otras competencias de matemáticas.

ESTÍMULOS

- MENCIÓN DE HONOR para los estudiantes clasificados de cada nivel en primera prueba.
- DIPLOMA DE FINALISTA
- PREMIOS para los 5 mejores puntajes de cada nivel en la prueba final.

FECHAS IMPORTANTES

INSCRIPCIONES

del 15 de febrero al 9 de abril de 2022.

PRUEBAS

Prueba Clasificatoria: semana del 2 al 6 de mayo.

Prueba Selectiva: jueves, 26 de mayo.

Prueba Final: sábado, 16 de julio.

PROCESO DE INSCRIPCIÓN

1. Diligenciar el formulario de Google del siguiente enlace:
   `https://forms.gle/1S6bwfBGVdDgJ5Fo9`
2. El número mínimo de estudiantes inscritos por institución debe ser 10.

VALOR DE LA INSCRIPCIÓN POR ESTUDIANTE:

- 8.500 para grupos de 10 a menos de 40 estudiantes.
- 7.500 para grupos de 40 a 499 estudiantes.
- 7.000 para grupos de más de 499 estudiantes.

CONTACTO

Correo electrónico: olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Teléfonos: 6344000, Ext: 2316

Página de Facebook: Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

OTROS GRUPOS DE EDUMAT-UIS

SEMILLERO MATEMÁTICO

Correo electrónico: semillero@matematicas.uis.edu.co

Teléfono: 6344000, Exts: 2316.

CALENDARIO MATEMÁTICO

Correo electrónico: calendariomatematico2011@gmail.com

Teléfonos: 6344000, Exts: 2316. - 3125586597 (Daniel Moreno)

1. Mariana, Carolina y Paula están leyendo cada una el mismo libro de cuentos. Mariana lleva un número par de cuentos leídos y solo le falta 1 para terminar el libro, mientras que a Carolina, que lleva un número múltiplo de 3 de cuentos leídos, le faltan 2, y a Paula que ha leído el mismo número de cuentos por día, durante 4 días, le faltan 3. Si el libro tiene menos de 16 cuentos, ¿cuántos cuentos tiene el libro?

(a) 9 (b) 15 (c) 11 (d) 13 (e) No sé

Sea n el número de cuentos que tiene el libro, entonces $n < 16$ y

$$\begin{aligned} n &= 2k + 1, \\ n &= 3s + 2, \\ n &= 4r + 3, \end{aligned}$$

donde k, r y s son números enteros. De la primera ecuación, se sigue que n es impar así, los posibles valores para n son:

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.$$

Pero de estos, el único número que cumple las otras dos condiciones es el 11. De modo que el libro tiene 11 cuentos.

2. Si el número $\overline{7ba1b}$ es divisible entre 15, ¿cuál es el máximo valor que puede tomar $a+b$?

(a) 14 (b) 18 (c) 12 (d) 16 (e) No sé

Si $\overline{7ba1b}$ es divisible entre 15, entonces es divisible entre 5 y 3. Un número es divisible entre 5 si termina en 0 o en 5, luego $b = 0$ o $b = 5$.

- Si $b = 0$, entonces $\overline{7ba1b} = \overline{70a10}$, por el criterio de divisibilidad del 3 la suma de las cifras, $7 + 0 + a + 1 + 0 = 8 + a$, es múltiplo de 3, luego los posibles valores de a son: $1, 4$ y 7.
- Si $b = 5$, entonces $\overline{7ba1b} = \overline{75a15}$, por el criterio de divisibilidad del 3, la suma de las cifras, $7 + 5 + a + 1 + 5 = 18 + a$, es múltiplo de 3, luego los posibles valores de a son: $0, 3, 6$ y 9.

Por lo anterior, el máximo valor que puede tomar $a + b$ es $9 + 5 = 14$.

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Divisibilidad

3. Sara escribió en el tablero los números enteros del 1 al 2021. Luego decidió cambiarle el signo a todos los múltiplos de 2 y después se lo cambió a todos los múltiplos de 3. ¿Cuál es la suma de los números que quedan finalmente en el tablero?

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel Básico

Primero, Sara escribe los números del 1 al 2021 :

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \ldots$$

Luego cambia el signo a los múltiplos de 2 :

$$1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, -8, 9, -10, 11, -12, 13, -14, 15, \ldots$$

Y luego cambia el signo a los múltiplos de 3 :

$$1, -2, -3, -4, 5, +6, 7, -8, -9, -10, 11, +12, 13, -14, -15, \dots$$

Agrupando la última lista en bloques de 6 números notamos que la suma de los números de cada bloque es 3, así:

$$(1-2-3-4+5+6)+(7-8-9-10+11+12)+\cdots$$

Dado que $2021 = 336 \times 6 + 5$, entonces hay 336 bloques de 6 números y al final queda la suma:

$$2017-2018-2019-2020+2021 = -2019.$$

Por lo tanto, la suma de los números que quedan en el tablero es:

$$336 \times 3 - 2019 = -1011.$$

4. Decimos que un número entero positivo es un cuadrado perfecto si es el cuadrado de otro número entero positivo, por ejemplo: 9 es cuadrado perfecto porque $9 = 3 \times 3$, 36 también lo es porque $36 = 6 \times 6$, mientras que 5 no es cuadrado perfecto. ¿Para cuál valor de n se tiene que $8n + 1$ es un cuadrado perfecto?

(a) 7 (b) 8 (c) 9 (d) 10 (e) 11

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel Básico

Se puede afirmar que $8n + 1$ es un cuadrado perfecto, si existe un $a \in \mathbb{Z}$ tal que

$$\begin{aligned} 8n + 1 &= a^2 \\ 8n &= a^2 - 1 \end{aligned}$$

Ahora suponemos valores para a y así encontramos los valores correspondientes a n, los comparamos con las diferentes posibilidades y encontramos que, de acuerdo a las opciones, para $n = 10$ se tiene que $8n + 1$ es un cuadrado perfecto.

5. ¿Cuántos números enteros positivos de 3 dígitos tienen dígitos cuyos producto sea igual a 24?

(a) 12 (b) 15 (c) 18 (d) 21 (e) 24

Como $24 = 2^3 \times 3$, entonces las posibles triplas de números son:
$1, 4$ y 6 - seis combinaciones.
$1, 3$ y 8 - seis combinaciones.
$2, 3$ y 4 - seis combinaciones.
$2, 2$ y 6 - tres combinaciones.
Luego existen 21 números que satisfacen las condiciones planteadas.

6. ¿Cuántos números enteros positivos menores o iguales a 2022 son divisibles por 2 o 3 (el uno o el otro o ambos) pero no por 5?

(a) 1004 (b) 1146 (c) 1079 (d) 1142 (e) 1011

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel Básico

Usaremos d_n para denotar la cantidad de números enteros positivos menores o iguales a 2022 que son divisibles por n. Entonces

$$d_2 = \left\lfloor \frac{2022}{2} \right\rfloor = 1011, \qquad d_{10} = \left\lfloor \frac{2022}{10} \right\rfloor = 202,$$

$$d_3 = \left\lfloor \frac{2022}{3} \right\rfloor = 674, \qquad d_{15} = \left\lfloor \frac{2022}{15} \right\rfloor = 134,$$

$$d_6 = \left\lfloor \frac{2022}{6} \right\rfloor = 337, \qquad d_{30} = \left\lfloor \frac{2022}{30} \right\rfloor = 67.$$

Para hacer el cálculo usamos el principio de inclusión y exclusión.
Para calcular la cantidad de números que son divisibles por 2 o 3, solo resta sumar los números que son divisibles por 2 y los que son divisibles por 3 pero tenemos que excluir los que son divisibles por 6, pues se estarían contando dos veces.

Ahora debemos excluir los que son divisibles por 5, es decir debemos excluir a los que son divisibles por 10 y a los que son divisibles por 15, pero estaríamos excluyendo a los divisibles por 30 dos veces, vamos a incluirlos una vez.

Finalmente tenemos que la cantidad de números enteros positivos menores o iguales a 2014 que son divisibles por 2 o 3 pero no por 5 son:

$$d_2 + d_3 - d_6 - d_{10} - d_{15} + d_{30} = 1011 + 674 - 337 - 202 - 134 + 67 = 1079.$$

7. Suponga que para a y b números enteros, con $b \neq 0$ la operación $a \odot b$ representa el residuo al dividir a entre b. Por ejemplo, $5 \odot 3 = 2$ y $-8 \odot 3 = 1$. El resultado de la expresión $914 \odot (-431 \odot 86)$ es:

(a) 86 (b) 64 (c) 26 (d) 51 (e) 32

Por el algoritmo de la división tenemos $-431 = 86(-6) + 85$, de donde $-431 \odot 86 = 85$, luego $914 \odot (-431 \odot 86) = 914 \odot 85$; nuevamente aplicando el algoritmo de la división $914 = 85(10) + 64$, concluimos que $914 \odot 85 = 64$.

8. De la siguiente lista de números, ¿cuántos son divisibles por 72?

$$2 \times 30, 3 \times 30, 4 \times 30, \ldots, 72 \times 30$$

(a) 6 (b) 18 (c) 71 (d) 30 (e) 12

Observe que la descomposición factorial de los números 30 y 72 es $2 \times 3 \times 5$ y $2^3 \times 3^2$ respectivamente. Luego, para saber si un número es divisible por 72 solo tenemos que comprobar que en su descomposición factorial se encuentre $2^3 \times 3^2$. Como podemos observar, todos los números de la lista son de la forma $n \times 30$ para $n = 1, 2, ..., 72$, es decir todos son divisibles por 30, lo que implica que en la descomposición factorial de cada uno de ellos se encontrará $2 \times 3 \times 5$. Así, solo tenemos que buscar aquellos números que en su descomposición factorial tienen a $\dfrac{72}{30} = 2^2 \times 3 = 12$.

Hemos deducido que los números que son divisibles por 72 son los números de la forma $12k \times 30$ para k natural, es decir los números de la lista que tienen dicha forma son $12 \times 30, 24 \times 30, 36 \times 30, 48 \times 30, 60 \times 30, 72 \times 30$, claramente la cantidad de números de la lista que son divisibles por 72 son 6.

GRACIAS!!!

Universidad
Industrial de
Santander