Primera Capacitación Nivel Avanzado

Olimpiadas Regionales de Matemáticas-Secundaria

Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander
Grupo Edumat

Bucaramanga, Febrero 19 de 2022

Informes:
`olimpiadas.matematicas@uis.edu.co`
Tel.: 6344000 *ext.* 2316; 6450301.
Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

METODOLOGÍA

Niveles

Básico: para estudiantes de 6 y 7.

Medio: para estudiantes de 8 y 9.

Avanzado: para estudiantes de 10 y 11.

Fases

1. Capacitaciones.
2. Prueba Clasificatoria.
3. Prueba Selectiva.
4. Prueba Final.
5. Entrenamientos.

FASES

CAPACITACIONES

- 3 talleres gratuitos de capacitación para docentes y estudiantes.
- Con el fin de programar las próximas capacitaciones, agradecemos diligenciar el siguiente formulario de Google. https://forms.gle/9EqsDNUkS9ge2DMZ8

PRUEBA CLASIFICATORIA

- Participan los estudiantes inscritos.
- **Modalidad virtual,** en la plataforma Moodle.
- Consta 9 problemas de selección múltiple con única respuesta.

FASES

PRUEBA SELECTIVA

- Participan los estudiantes clasificados por alguno de los siguientes criterios:

  Criterio 1. el estudiante pertenece al conjunto del 10% de los estudiantes que obtuvieron los mejores puntajes en la Prueba Clasificatoria.

  Criterio 2. si alguna institución participante no alcanzó la clasificación del 10% de los estudiantes participantes, el Comité Organizador clasifica a los restantes estudiantes, para completar el 10% de clasificación en cada nivel.

- **Modalidad presencial**, en las sedes regionales (Barbosa, Barrancabermeja, Bucaramanga, Málaga, Socorro, UFPS-Ocaña).

FASES

Prueba Final

- Participan los estudiantes clasificados por alguno de los siguientes criterios:

  Criterio 1. el estudiante pertenece al conjunto de los 20 estudiantes con los mejores puntajes en la prueba selectiva de cada nivel.

  Criterio 2. si un municipio no tiene representación por el criterio 1, el Comité otorga el título de Estudiante Finalista al participante del municipio con el mejor puntaje en la prueba de selectiva.

- **Modalidad presencial**, en las instalaciones de la UIS-Bucaramanga.

Entrenamientos

A los estudiantes finalistas se les ofrecerá una preparación especial con el ánimo que participen en otras competencias de matemáticas.

ESTÍMULOS

- MENCIÓN DE HONOR para los estudiantes clasificados de cada nivel en primera prueba.
- DIPLOMA DE FINALISTA
- PREMIOS para los 5 mejores puntajes de cada nivel en la prueba final.

FECHAS IMPORTANTES

INSCRIPCIONES

del 15 de febrero al 9 de abril de 2022.

PRUEBAS

Prueba Clasificatoria: semana del 2 al 6 de mayo.

Prueba Selectiva: jueves, 26 de mayo.

Prueba Final: sábado, 16 de julio.

PROCESO DE INSCRIPCIÓN

1. Diligenciar el formulario de Google del siguiente enlace: `https://forms.gle/1S6bwfBGVdDgJ5Fo9`
2. El número mínimo de estudiantes inscritos por institución debe ser 10.

VALOR DE LA INSCRIPCIÓN POR ESTUDIANTE:

- 8.500 para grupos de 10 a menos de 40 estudiantes.
- 7.500 para grupos de 40 a 499 estudiantes.
- 7.000 para grupos de más de 499 estudiantes.

CONTACTO

Correo electrónico: olimpiadas.matematicas@uis.edu.co

Teléfonos: 6344000, Ext: 2316

Página de Facebook: Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS.

OTROS GRUPOS DE EDUMAT-UIS

SEMILLERO MATEMÁTICO

Correo electrónico: semillero@matematicas.uis.edu.co

Teléfono: 6344000, Exts: 2316.

CALENDARIO MATEMÁTICO

Correo electrónico: calendariomatematico2011@gmail.com

Teléfonos: 6344000, Exts: 2316. - 3125586597 (Daniel Moreno)

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Teoría de Números

1. Si $i = \sqrt{-1} \in \mathbb{C}$ denota la unidad imaginaria, ¿cuál es el valor de i^{2019}?

(a) 1 $\quad$ (b) -1 $\quad$ (c) i $\quad$ (d) $-i$ $\quad$ (e) Ninguna de las anteriores

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Nivel Avanzado

Considere $a_n = i^n$ y observe que:

- $$a_1 = i, \qquad a_2 = -1 \qquad a_3 = -i \qquad \text{y} \qquad a_4 = 1.$$
- $$2019 = 4 * 505 = 4(504) + 3.$$
- $$i^{2019} = \left[\left(i^4\right)\right]^{504} * i^3 = -i.$$

2. Si s_n está dada por:

$$s_n = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^n,$$

¿cuál es el de s_n?

(a) 2^{n+1} (b) $2^{n+1} - 1$ (c) $1 - 2^{n+1}$ (d) $1 - 2^n$ (e) Ninguna de las anteriores

Deduzca que:

- $$2s_n = s_{n+1} - 1.$$
- $$s_{n+1} = s_n + 2^{n+1}.$$
- Concluya que
$$s_n = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

3. Se tiene una sucesión de números reales desconocida cuyo término inicial es a_1. En otra sucesión cuyo término inicial es b_1 se cumple que $b_n = 3a_n + 4$, para todo entero positivo n. Si $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 8$, ¿cuánto es $b_1 + b_2 + \cdots + b_{10}$?

(a) 28 (b) 32 (c) 60 (d) 64 (e) No sé

Observe que

$$\begin{aligned} b_1 + b_2 + \cdots + b_{10} &= (3a_1 + 4) + (3a_2 + 4) + \cdots + (3a_{10} + 4), \\ &= 3(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}) + 40, \\ &= 3 \times 8 + 40 = 64. \end{aligned}$$

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Sucesiones

4. Se tiene una sucesión de números enteros en la que cada término, después del primero, es la suma de su antecesor con su sucesor. Si el entero en la posición 70 es el 16 y el entero en la posición 75 es el -23, ¿cuál es el entero en la posición 2021?

(a) -16 (b) -7 (c) 23 (d) 39 (e) No sé

Denotemos a_n como el término n-ésimo de la sucesión. Veamos que $a_{n+3} = -a_n$, en efecto:

$$\begin{aligned} a_{n+2} &= a_{n+1} + a_{n+3}, \\ a_{n+2} &= a_n + a_{n+2} + a_{n+3}, \\ a_{n+3} &= -a_n. \end{aligned}$$

Así $a_{n+6} = -a_{n+3} = a_n$.
Por otro lado tenemos que $2020 = 70 + 325 \times 6$ y $2019 = 75 + 324 \times 6$, concluyendo así que $a_{2020} = a_{70}$, $a_{2019} = a_{75}$ y $a_{2022} = -a_{2019}$.
Finalmente, $a_{2021} = a_{2020} + a_{2022} = a_{70} - a_{75} = 16 + 23 = 39$.

5. Una sucesión de números enteros es *radiactiva* si cada término, después del primero se obtiene al dividir el término anterior entre el menor de sus divisores primos. ¿Cuántas sucesiones *radiactivas* tienen su decimotercer término igual a 715?

Note que cada sucesión queda definida a partir de su término inicial, luego habrán tantas sucesiones como posibilidades hay para el término inicial. Contemos las posibilidades para el término inicial de una sucesión con las características del enunciado.
Dado que $715 = 5 \cdot 11 \cdot 13$, entonces el término inicial será de la forma

$$2^a \cdot 3^b \cdot 5^{c+1} \cdot 11 \cdot 13,$$

donde a, b y c son enteros no negativos y $a + b + c = 12$, pues hasta el término 13 se ha dividido este término 12 veces por alguno de sus divisores primos (como se indica en el enunciado) es decir, la suma de los exponentes de sus divisores primos han disminuido 12 unidades.

Así las cosas, se trata de mirar de cuántas formas se puede escribir al 12 como suma de tres números enteros no negativos, esto lo podemos hacer de la siguiente forma:
Representemos al 12 con 12 puntitos:

$$\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet$$

y usaremos dos símbolos $+$ para separar los puntos, quedando 3 grupos de puntos que representan cada uno, un número.
Por ejemplo, la suma $1+3+8=12$ se representa así:

Problemas Olimpiadas de Matemáticas-Sucesiones

$$\bullet + \bullet \bullet \bullet + \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet$$

Otras posibles sumas son:

$$+ \bullet \bullet \bullet \bullet + \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \longrightarrow 0 + 4 + 8 = 12,$$

$$\bullet \bullet \bullet \bullet + + \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \longrightarrow 4 + 0 + 8 = 12,$$

$$\bullet \bullet + \bullet \bullet \bullet \bullet + \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \longrightarrow 2 + 4 + 6 = 12.$$

Note que en total hay 14 objetos (12 puntos y 2 símbolos $+$) y cada caso diferente está determinado por la posición de los $+$, luego nuestro problema se reduce a determinar de cuántas formas podemos ubicar los 2 símbolos $+$ en las 14 posiciones que determinan los objetos, y esto se puede hacer de

$$\binom{14}{2} = 91$$

formas diferentes.

GRACIAS!!!

Universidad
Industrial de
Santander