Seminario de Álgebra - Grupo ALCOM

Escuela de Matemáticas
Facultad de Ciencias

Sucesiones Impropias

Carlos Arturo Rodriguez[a] [b] [c]

9/06/2015 - SALA LEZAMA; 2:00 p.m

[a]Áreas de interés: **T**eoría de **N**úmeros & **T**eoría de **G**rupos
[b]Prof. Escuela de Matemáticas.
[c]`e-m@il address:crodriguez@matematicas.uis.edu.co`

Resumen:

En 1999 Hunter Snevily en [5] realiza dos conjeturas interesantes que involucran transversales latinas, una de ellas es:

Conjetura 1. *Para cualquier n impar, y cualquier $k \in \{1, 2, \cdots, n\}$ toda submatriz $k \times k$ de la tabla de adición de Cayley de $\mathbb{Z}_n$ contiene una transversal latina.*

Un enunciado equivalente de la conjetura 1 afirma que para cualquier dos subconjuntos A y B con $|A|^1 = |B| = k$ de un grupo cíclico G de orden impar $n \geq k$, existen numeraciones $a_1, \ldots, a_k$ y $b_1, \ldots, b_k$ de los elementos de A y B respectivamente tales que las sumas $a_i + b_i$, con $1 \leq i \leq k$, son distintas dos a dos. Además también se plantea esta conjetura en el caso en que G es un grupo abeliano de orden impar.

Los primeros resultados alrededor de la **Conjetura 1** fueron establecidos por Noga Alon en [1] (Teoremas 1.1 y 1.2). Él demuestra que la conjetura es cierta para grupos de orden primo, incluso prueba una generalización de ella cuando A es una secuencia de k elementos de G, con $k < |G|$; es decir, si se permite repetir elementos en A.

Aunque la Conjetura 1 está completamente demostrada, los resultados obtenidos por Noga Alon [1], nos conducen a reformularla de manera mas general: Si G es un grupo abeliano de orden n, y $A = (a_1, \cdots, a_k)$ es una sucesión de elementos (no necesariamente distintos) en G , con $k < n$, entonces para cualquier subconjunto $B \subset G$ de cardinalidad k, existe una numeración $\{b_1, \ldots, b_k\}$ de los elementos de B tal que las sumas $a_i + b_i$, $1 \leq i \leq k$, son distintas dos a dos.

Una manera de darle respuesta al problema planteado anteriormente consiste en en estudiar sucesiones $A = (a_1, \cdots, a_k)$ de elementos de un grupo abeliano G para las cuales existe un subconjunto $B \subseteq G$ de cardinalidad k, tal que para cualquier numeración $b_1, \cdots, b_k$ de los elementos de B, existen $0 \leq i < j \leq k$ para los cuales $a_i + b_i = a_j + b_j$. A este tipo de sucesiones las llamaremos k**-Sucesiones Impropias**, y al conjunto B que las verifica lo llamamos testigo. En particular si todos los elementos de A son distintos, diremos que A es un k**-conjunto impropio**.

Bibliografía

[1] Alon, Noga. Additive Latin Transversal. *Israel J. Math* **117** (2000), 125-130.MR1760589**(2001b:11019)**

[5] Snevily, Hunter. The Cayley Addition table of Zn,. *Amer. Math. Monthly* **106**, 584-585. MR1543489.

[1] $|A|$ representa el cardinal del conjunto A