

## INSTRUCCIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

1. Asegúrese que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel, los niveles son:
  - Nivel Básico para los grados 6 y 7.
  - Nivel Medio para los grados 8 y 9.
  - Nivel Avanzado para los grados 10 y 11.
2. El examen consta de 9 preguntas, 6 de selección múltiple y 3 tipo ensayo (respuesta abierta). Para contestar una pregunta de selección múltiple marque con una x la opción escogida, si aparece más de una marcación en la misma pregunta dicha respuesta se considerará incorrecta. Para contestar una pregunta de tipo ensayo escriba únicamente la respuesta que usted considere es la del problema, si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de la siguiente manera: Por la presentación del examen: 6 puntos. Por cada respuesta correcta de selección múltiple: 4 puntos, por cada respuesta incorrecta se quita un punto. Cada respuesta de los problemas tipo ensayo tendrá un valor máximo de 6 puntos. Las preguntas sin contestar no tendrán valor.
5. El estudiante no esta autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS y puede conservar este temario, sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.



**Universidad Industrial de Santander**  
<http://matematicas.uis.edu.co/olimpiadas>  
[olimpiadas@matematicas.uis.edu.co](mailto:olimpiadas@matematicas.uis.edu.co)

# Prueba Selectiva



Septiembre 3 de 2010



# Nivel Avanzado

Grados 10 y 11

## PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1. Sea  $f$  una función que satisface que  $f(x, y) = \frac{f(x)}{y}$  para cualesquiera  $x, y$  números reales positivos, si  $f(500) = 3$ , ¿cuál es el valor de  $f(600)$ ?

- (a) 1      (b) 2      (c)  $\frac{5}{2}$       (d) 3      (e)  $\frac{18}{5}$

2. En el triángulo  $ABC$ ,  $AB = 13$ ,  $BC = 14$  y  $AC = 15$ . Sean  $D$  el punto medio de  $\overline{BC}$  y  $E$  el punto de intersección de  $\overline{BC}$  con la bisectriz del ángulo  $BAC$ . ¿Cuál de los siguientes números es más próximo al área del triángulo  $ADE$ ?

- (a) 2      (b) 2,5      (c) 3      (d) 3,5      (e) 4

3. La notación  $\lfloor x \rfloor$  significa, el mayor entero que no es mayor que  $x$ . La cantidad de enteros  $x$  entre 0 y 500 para los cuales  $x - \lfloor x^{1/2} \rfloor = 10$  es:

- (a) 17      (b) 18      (c) 19      (d) 20      (e) 21.

4. Si  $|x - 2| = p$ , donde  $x < 2$ , entonces  $x - p$  es:

- (a)  $-2$       (b) 2      (c)  $2 - 2p$       (d)  $2p - 2$       (e)  $|2p - 2|$

5. Sea  $A$  el conjunto de todas las soluciones distintas de la ecuación

$$\frac{x^2}{109x - 2010} + \frac{109x - 2010}{x^2} = 2.$$

¿Cuál es la suma de los elementos de  $A$ ?

- (a) 2010      (b) 109      (c) 190      (d) 100      (e) 180

6. Un arco de circunferencia mide  $300^\circ$  y su longitud es  $2 \text{ km}$ . ¿Cuál es el número entero más próximo a la medida del radio en metros?

- (a) 157      (b) 284      (c) 382      (d) 628      (e) 764

## PROBLEMAS TIPO ENSAYO

7. Sea  $3, 4, a_3, a_4, \dots, a_n$  una lista de números enteros tal que la suma de los cuadrados de los primeros  $i$  términos  $3^2 + 4^2 + a_3^2 + \dots + a_i^2$  es un cuadrado perfecto para todo  $i$ . Hallar el valor de  $a_4$ .

8. ¿Cuál es el número máximo de reyes que se pueden colocar en un tablero de ajedrez de  $40 \times 40$  de manera que no haya dos que se ataquen?

9. Si los arcos de circunferencia  $AC$  y  $BC$  tienen centros en  $B$  y  $A$  respectivamente, entonces existe una circunferencia que es tangente tanto a  $\widehat{AC}$  como a  $\widehat{BC}$  y a  $\overline{AB}$ . Si la longitud de  $\widehat{BC}$  es 12, entonces la longitud de la circunferencia tangente es:

