

SEMINARIO DE ÁLGEBRA - GRUPO ALCOM
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS



Anillos Semiclean & Anillos
semiperfectos. Dos caminos para
estudiar ciertos anillos de
grupo clean.

JORGE ANDRÉS ROJAS GÓMEZ^a

05/05/2017 - SALA LEZAMA, LL 301; 2:00 p.m

^aE-mail address: egrojandreszwei@gmail.com

Resumen

Un elemento r de un anillo R con 1 es **clean** si puede ser escrito como la suma de una unidad y un idempotente de R . Un anillo R es llamado **Anillo clean** si todo elemento de R es clean. Ye encontró una nueva clase de anillos (ver [?]) los cuales denominó **Anillos semiclean**. Un elemento r de un anillo R es llamado **semiclean** si $r = a + u$, donde a es periódico, esto es, $a^k = a^l$ para k, l enteros positivos, $k \neq l$ y u es una unidad de R . Un anillo R es llamado **Anillo semiclean** si todo elemento de R es semiclean.

Observe que todo anillo clean es semiclean, por definición. Esto indica que hay algunas propiedades de los anillos clean que poseen los anillos semiclean, un ejemplo de esto es: Toda imagen bajo homomorfismo de un anillo semiclean es semiclean.

Por otro lado, los anillos semiperfectos han sido estudiados desde mediados del siglo 20. Se destacan los trabajos de Woods y Mueller (ver [?] y [?], respectivamente). Se denota por $\mathcal{J}(R)$ el radical de Jacobson de R . Un anillo R es **semiperfecto** si $R/\mathcal{J}(R)$ es artiniiano y R levanta idempotentes módulo $\mathcal{J}(R)$.

Un ejemplo de anillo semiperfecto son los cuerpos. Uno de los objetivos de la charla es mostrar que, el uso de propiedades de dichos anillos nos sirven para estudiar la propiedad de ser clean en ciertos tipos de anillos de grupo. Una muestra de esto, es que el anillo de grupo $\mathbb{Z}_{(7)}C_3$ donde $\mathbb{Z}_{(p)} = \{\frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z} \text{ y } \gcd(p, n) = 1\}$ y C_n como el grupo cíclico de orden n , **no** es clean.

Woods demostró este hecho vía anillos semiperfectos, mientras que Ye lo hizo mediante anillos semiclean. Es importante mencionar que Ye encontró que $\mathbb{Z}_{(7)}C_3$ es semiclean. Por lo tanto, no todo anillo semiclean es clean.