Seminario de Álgebra - Grupo ALCOM

Escuela de Matemáticas
Facultad de Ciencias

Levantamiento de idempotentes & anillos Clean

Jorge Andrés Rojas[a] [b]

25/11/2016 - SALA LEZAMA, LL 301; 2:00 p.m

---

[a] Áreas de interés: **A**nillos de **G**rupo & **T**ópicos **R**elacionados

[b] `E-m@il address: jarojasg@saber.uis.edu.co`

Resumen:

Una manera de motivar el tema de la exposición en el seminario es desde el punto de vista dado por Burton en 1970 (ver [1, pág. 167]). Sea R un anillo conmutativo con unidad y suponga que I es un ideal de R tal que $I \subseteq \mathcal{J}(R)$ donde $\mathcal{J}(R)$ denota el radical de Jacobson.
Dado un idempotente $e \neq 0$ de R, note que $e + I$ es un idempotente no nulo de R/I, ya que $\mathcal{J}(R)$ no admite idempotentes no nulos.
Por otra parte, suponga que $a + I \neq I$ en R/I, ¿es posible que exista algún idempotente no nulo $e \in R$ tal que $e + I = a + I$? Esta pregunta es la razón por la cual se estudia el levantamiento de idempotentes

Definición 1. *Sea I un ideal arbitrario de un anillo R. Se dice que los idempotentes pueden ser levantados en R(R levanta idempotentes módulo I) si para cada $(u^2 - u) \in I$, existe algún elemento $e^2 = e$ de R tal que $(e - u) \in I$.*

Se observa de inmediato que el levantamiento de idempotentes no pasa en todo ideal. La situación que es motivo de interés es cuando I es un nilideal. El siguiente resultado es un clásico en álgebra

Proposición 1. *R levanta idempotentes módulo todo nil ideal del anillo.*

En [1] está la prueba clásica. Sin embargo, Koh en un artículo de 1974 [3] prueba la proposición 1, la cual es recomendada por Immormino en [2, pág 3]. Está proposición es importante en el estudio de los anillos clean pues la propiedad de levantar idempotentes y ser clean están relacionadas.

Bibliografía

[1] Burton, D. M.: *A first course in Rings and Ideals*. Bd. 731. Addison-Wesley, 1970

[2] Immormino, N. A.: *Clean Rings\ & Clean Group Rings*, Bowling Green State University, Diss., 2013

[3] KOH, K. : On lifting idempotents. In: *Canadian Mathematical Bulletin* 17 (1974), Nr. 4, S. 607–607