

## Ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

1. Si  $x - y = 2$  y  $x^2 - y^2 = 8$ . ¿Cuál es el valor de  $2x - 6y$ ?
2. Si  $x + \frac{1}{x} = 5$ . ¿Cuál es el valor de  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ?
3. Si  $x + \frac{1}{x} = 5$ . ¿Cuál es el valor de  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ?
4. Encuentre todas las soluciones reales de la ecuación

$$x^2 - 5x + 2\sqrt{x^2 - 5x + 3} = 12$$

5. Supongamos que  $a, b, c$  y  $d$  son enteros positivos tales que  $a^5 = b^4$ ,  $c^3 = d^2$ , y  $c - a = 19$ . Determine  $d - b$ .
6. Supongamos que  $x$  y  $y$  son dos números reales tales que  $xy = 6$  y  $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ . Encuentre  $x^2 + y^2$ .
7. Sean  $a$  y  $b$  números reales distintos que satisfacen que

$$\frac{a}{b} + \frac{a + 3b}{b + 3a} = 2.$$

Encuentre  $a/b$ .

8. Sean  $a, b$  y  $c$  números reales tales que  $a + b + c = 5$  y  $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} = 6$ . ¿Cuál es el valor  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ ?

## Jugando con polinomios.

1. ¿Cuál es el residuo que deja  $x^{101} - 101$  cuando se divide por  $x + 1$ ?
2. Sean  $f(x) = x^6 + 7x^3 - 8$  y  $g(x) = (x^2 + x - 2)(x^2 + x + 1)$ . Supongamos que  $h(x)$  es un polinomio tal que  $f(x) = g(x)h(x)$ . Encuentre  $h(1)$ .

3. Supongamos que  $a$  y  $b$  son enteros tales  $x^2 - x - 1$  es un factor de  $ax^3 + bx + 1$ . ¿Cuál es el valor de  $b$ ?
4. Sea  $P(x)$  un polinomio tal que cuando  $P(x)$  se divide por  $x - 19$ , el residuo es 99, y cuando  $P(x)$  se divide por  $x - 99$ , el residuo es 19. ¿Cuál es el residuo cuando  $P(x)$  se divide por  $(x - 19)(x - 99)$ ?
5. Las dos raíces de la siguiente ecuación cuadrática son números primos. Encuentre el valor de  $c$ .

$$x^2 - 33x + c = 0$$

6. Si  $a, b, c, d$  y  $e$  son las raíces distintas de la ecuación  $3x^5 + 8x^4 + 3x^2 - 4x + 1 = 0$ , encuentre el valor numerico de  $(1 - a)(1 - b)(1 - c)(1 - d)(1 - e)$ .
7. Si  $x^2 - 2x - 3$  es un factor de  $x^4 + px^2 + q$ , ¿cuál es el valor de  $p$ ?
8. Sean  $p$  y  $q$  las raíces de  $x^2 - 6x + 2 = 0$ . Encuentre el valor de  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$