

*Primeras Olimpiadas Regionales de
Matemáticas Primaria*

Olimpiadas Regionales de Matemáticas

*Universidad Industrial de Santander
Bucaramanga*

2012

Edición

Grupo Olimpiadas Regionales de Matemáticas:

Adriana Alexandra Albarracín Mantilla

Carlos Arturo Rodríguez Palma

Jhoan Sebastián Báez Acevedo

Ana Milena Santamaría Bueno

Laura Milena Romero Parada

Luis Ángel Pérez Fernández

Yzel Wily Alay Gómez Espindola

Jenifer Tatiana Puentes Correa

Darío Arciniegas Vega

Jorge E. Gómez Ríos

Gerson Leonel Barajas Avila

2012

Presentación

En los últimos años, los nuevos planteamientos de la filosofía de las matemáticas, el desarrollo de la educación matemática y los estudios sobre sociología del conocimiento, entre otros factores, han originado cambios profundos en las concepciones acerca de las matemáticas escolares basadas en considerar que el conocimiento matemático constituye una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento.

Las Olimpiadas en Matemáticas en la actualidad son conocidas a nivel internacional por la influencia en la transformación del pensamiento matemático, el crecimiento en las expectativas y el interés en aprender matemáticas por parte de los estudiantes. Generalmente las situaciones problemáticas expuestas en las pruebas exponen al estudiante a temas que no se estudian en la escuela, y éstos incluyen matemática que puede ser motivadora y sorprendente. Así las competencias no solamente prueban de manera directa el conocimiento o las destrezas matemáticas sino también la habilidad que tiene el estudiante de manejar situaciones más allá de experiencias reales.

Las Olimpiadas Regionales de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander buscan recrear el pensamiento matemático de tal forma que todos los niños y las niñas atraídos(as) por el deseo de enfrentar nuevos retos descubran caminos alternos y flexibilicen la exploración de ideas matemáticas de tal manera que su participación permita que tanto el estudiante como el docente puedan apreciar sus logros y juzgar su práctica desde una perspectiva nacional e internacional.

Introducción

La Universidad Industrial de Santander como Institución de educación superior en el ámbito regional tiene como misión esencial educar mediante la generación y difusión de las ciencias, la tecnología, las humanidades y el arte como una clara vocación de servicio a la sociedad posibilitando la formación integral del ser humano dentro de un espíritu creativo que permita el mejoramiento personal y el desarrollo de una sociedad democrática, tolerante y comprometida con los deberes civiles y los derechos humanos.

Desde sus inicios, la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander ha liderado en forma positiva la actividad matemática del Nororiente del País, no sólo por la calidad reconocida a nivel nacional e internacional de los egresados de su programa académico de pregrado sino también por su participación en la formación básica de los estudiantes de la Universidad. Como parte de su responsabilidad académica y su proyección social frente a las diversas dificultades en los procesos de enseñanza-aprendizaje y desarrollo de las habilidades matemáticas en la región, la Escuela de Matemática ha definido un proyecto macro de fortalecimiento de las habilidades matemáticas de la comunidad estudiantil de la región, utilizando para este fin, diferentes actividades académicas entre las que se encuentran el proyecto de semilleros, la creación de diplomados y especializaciones para actualización y/o formación docente, y el proyecto de Olimpiadas Regionales de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander que pretende contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación básica en la región de incidencia de la UIS, a través del desarrollo de las habilidades matemáticas de los estudiantes y la capacitación docente.

Este proyecto es pieza clave para mejorar el nivel matemático de los estudiantes de la región, fortalecer la formación académica de los docentes a nivel primaria y muy posiblemente aumentar el número de licenciados en matemáticas y matemáticos en la

región, a partir del conocimiento y puesta en práctica de estrategias que mejoren la efectividad del proceso de planteamiento y resolución de problemas.

Las Olimpiadas se realizan en tres fases, y en tres niveles de acuerdo al grado de escolaridad de los estudiantes; los niveles son: **básico**, para los estudiantes de grado tercero; **medio**, para los estudiantes del grado cuarto y **avanzado**, para los estudiantes de grado quinto de primaria.

La Escuela de Matemáticas a través del grupo de Educación Matemática de la UIS-Edumat reconoce la labor esencial del maestro en el proceso de formación de ciudadanos competentes, por ello brinda tanto a los docentes como a los estudiantes una forma de vincularse a este mundo y en esta oportunidad lo hace presentando esta cartilla.

Este documento se encuentra dividido en tres capítulos; en cada uno de estos se presentan los problemas correspondientes al proyecto de las olimpiadas regionales de matemáticas en su primera versión con su respectiva solución, en cada uno de los tres niveles, que permiten introducir, desarrollar y reflexionar algunas temáticas específicas de cada área en los diferentes sistemas como lo son el numérico-variacional, el geométrico-métrico y el aleatorio.

En el primer capítulo se presentan los problemas con las soluciones, correspondientes al nivel básico en sus diferentes Fases: Clasificatoria, Selectiva, Final y Entrenamiento, en cada una de las tres áreas, teoría de números y combinatoria; álgebra y lógica; y geometría. Además se adjunta los nombres de los estudiantes con los mejores puntajes en la fase final.

En el segundo capítulo se presentan los problemas con las soluciones, correspondientes al nivel medio en sus diferentes Fases: Clasificatoria, Selectiva, Final y Entrenamiento, en cada una de las tres áreas, teoría de números y combinatoria; álgebra y lógica; y geometría. Además se adjunta los nombres de los estudiantes con los mejores puntajes en la fase final.

En el tercer capítulo se presentan los problemas con las soluciones, correspondientes al nivel avanzado en sus diferentes Fases: Clasificatoria, Selectiva, Final y Entrenamiento, en cada una de las tres áreas, teoría de números y combinatoria; álgebra y lógica; y geometría. Además se adjunta los nombres de los estudiantes con los mejores puntajes en la fase final.

Índice general

1. Nivel Básico	1
1.1. Prueba Clasificatoria	1
1.1.1. Prueba Clasificatoria: 7 de Septiembre	1
1.1.2. Solución	5
1.2. Prueba Selectiva	9
1.2.1. Prueba Selectiva: 6 de Octubre	9
1.2.2. Solución	11
1.3. Prueba Final	13
1.3.1. Resultados	13
1.3.2. Prueba Final: 10 de Noviembre	14
1.3.3. Solución	16
1.4. Problemas propuestos en la fase de Entrenamiento	20
1.4.1. Álgebra y Lógica	20
1.4.2. Teoría de Números y combinatoria	21
1.4.3. Geometría	22
2. Nivel Medio	25
2.1. Prueba Clasificatoria	25
2.1.1. Prueba Clasificatoria: 7 de Septiembre	25
2.1.2. Solución	29
2.2. Prueba Selectiva	32
2.2.1. Prueba Selectiva: 6 de Octubre	32
2.2.2. Solución	34
2.3. Prueba Final	37
2.3.1. Resultados	37
2.3.2. Prueba Final: 10 de Noviembre	38
2.3.3. Solución	40

2.4. Problemas propuestos en la fase de Entrenamiento	43
2.4.1. Álgebra y Lógica	43
2.4.2. Teoría de Números y combinatoria	44
2.4.3. Geometría	46
3. Nivel Avanzado	49
3.1. Prueba Clasificatoria	49
3.1.1. Prueba Clasificatoria: 7 de Septiembre	49
3.1.2. Solución	53
3.2. Prueba Selectiva	56
3.2.1. Prueba Selectiva: 6 de Octubre	56
3.2.2. Solución	59
3.3. Prueba Final	62
3.3.1. Resultados	62
3.3.2. Prueba Final: 10 de Noviembre	63
3.3.3. Solución	64
3.4. Problemas propuestos en la fase de Entrenamiento	66
3.4.1. Álgebra y Lógica	66
3.4.2. Teoría de Números y Combinatoria	68
3.4.3. Geometría	69

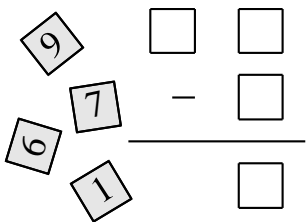
Capítulo 1

Nivel Básico

1.1. Prueba Clasificatoria

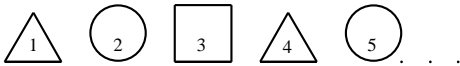
1.1.1. Prueba Clasificatoria: 7 de Septiembre






1. Al ubicar las tarjetas adecuadamente, se tiene que la resta es



- (a) 5 (b) 7 (c) 4 (d) 1 (e) 3

2. Si continúas la siguiente secuencia ¿Qué figura le corresponde al número 20?



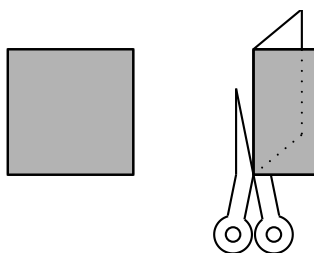
- (a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

8. ¿Cuántos números naturales entre 100 y 200 tienen la suma de sus dígitos igual a 6?

$$100 \cdot \cdot \cdot 200$$

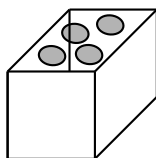
- (a) 3 (b) 5 (c) 6 (d) 8 (e) 10

9. Una hoja de papel cuadrada se dobla por la mitad y luego se corta, como muestra la figura. Si el perímetro de uno de los dos rectángulos iguales resultantes es 24 *cm* y uno de los lados del rectángulo mide 4 *cm*, entonces el área de la hoja de papel en centímetros cuadrados es



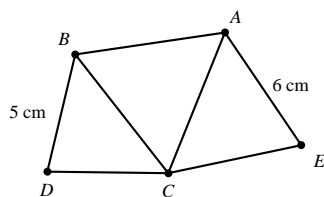
- (a) 16 (b) 32 (c) 64 (d) 128 (e) 256

10. Una caja contiene 4 discos rojos, 4 discos azules y 4 discos amarillos, todos del mismo tamaño. Wendell toma cierta cantidad de discos de la caja, sin poderlos ver. ¿Cuál es el menor número de discos que Wendell debe tomar para estar absolutamente seguro de haber sacado dos discos del mismo color entre los que ha escogido él mismo?



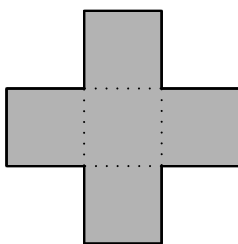
- (a) 10 (b) 8 (c) 6 (d) 4 (e) 2

11. En la figura mostrada, ABC es un triángulo equilátero y tiene 24 *cm* de perímetro. Si los triángulos BDC y ACE son isósceles, con $\overline{BD} = \overline{DC}$ y $\overline{CE} = \overline{AE}$. ¿Cuál es el perímetro del polígono $ABDCE$?



- (a) 22 cm (b) 26 cm (c) 28 cm (d) 30 cm (e) 32 cm.

12. El perímetro de la figura que se observa es 72 cm y fue construida con cinco cuadrados de igual tamaño. ¿Cuál es el área de la figura en centímetros cuadrados?



- (a) 72 (b) 120 (c) 135 (d) 180 (e) 30

1.1.2. Solución

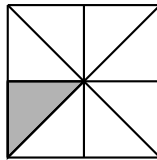
1. Observemos que la ubicación adecuada de las tarjetas es la siguiente:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{1} \quad \boxed{6} \\
 - \quad \boxed{9} \\
 \hline
 \boxed{7}
 \end{array}$$

Por lo tanto, se obtiene una diferencia de 7, es decir la respuesta correcta es (b).

2. Observando la secuencia, concluimos que el triángulo le corresponde a los números 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots . A su vez el círculo le corresponde a los números 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, \dots . Por lo tanto, la figura que le corresponde al número 20 es el círculo. Así que la respuesta correcta es la (b).

3. Trazando la otra diagonal del cuadrado, éste queda dividido en 8 triángulos iguales, de los cuales sólo uno está sombreado como se muestra en la siguiente figura:



Así, $\frac{1}{8}$ del área del cuadrado grande está sombreada, entonces la respuesta correcta es la (d).

4. Como $\frac{A}{3} = \frac{4A}{12}$ y $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$; luego $\frac{4A+3}{12} = \frac{11}{12}$ y por tanto $A = 2$; luego la respuesta correcta es la (b).

5. Para este problema, presentaremos dos soluciones:

Solución 1:

Si el auto consume 6 galones en 240 kilómetros, entonces para el doble de distancia necesitará el doble de gasolina, es decir para 480 kilómetros Willy necesita 12 galones de gasolina. En conclusión la respuesta es (a).

Solución 2:

Tenemos que el auto de Willy gasta 6 galones de gasolina para recorrer 240 kilómetros, veamos cada cuántos kilómetros gasta un galón.

$$\frac{6gal}{240km} = \frac{1gal}{40km}$$

Es decir el vehículo consume 1 galón cada 40 km , para ver cuántos galones consume en 480km , multiplicamos por 480

$$\frac{1gal}{40km} \cdot 480km = \frac{1gal \cdot 480km}{40km} = 12gal$$

Por lo tanto el carro de Willy necesita 12 galones de gasolina para recorrer 480 kilómetros.

6. En el triángulo rectángulo de la figura, tenemos que la base mide $4 + 4 + 4 = 12cm$ y su altura correspondiente mide $6cm$. Así el área del triángulo es:

$$A_{\Delta} = \frac{12cm \cdot 6cm}{2} = \frac{72cm^2}{2} = 36cm^2$$

Por lo tanto el área de la región sombreada es $36cm^2$, la respuesta es la (b).

7. Higdalý tiene una cantidad H de dinero entonces si M es el dinero de Massiel tendremos que $M = H + 100$, además si Massiel le da la cuarta parte de su dinero a Higdalý tendremos que $M - \frac{M}{4} = H + \frac{M}{4}$, de esto y reemplazando M una sola vez tenemos que $H + 100 - \frac{M}{4} = H + \frac{M}{4}$, entonces restando H en ambos lados $H - H + 100 - \frac{M}{4} = H - H + \frac{M}{4}$ se obtiene $100 - \frac{M}{4} = \frac{M}{4}$, sumamos $\frac{M}{4}$ en ambos lados $100 + \frac{M}{4} - \frac{M}{4} = \frac{M}{4} + \frac{M}{4}$, cancelamos y operamos las fracciones $100 = \frac{M+M}{4} = \frac{2M}{4} = \frac{M}{2}$, de lo anterior tendremos que $100 = M \div 2$, ahora multiplicamos por 2 a ambos lados $100 \cdot 2 = M \div 2 \cdot 2$, sabemos que la operación inversa a la multiplicación es la división por eso el 2 que está dividiendo se cancela con el que está multiplicando entonces así tendremos que $200 = M$.

Por lo tanto la respuesta es la (c).

8. Los únicos dígitos posibles son 0, 1, 2, 3, 4 y 5 puesto que todos los números entre 100 y 200 empiezan por 1 y la suma de sus dígitos debe ser igual a 6. Veamos las posibles combinaciones:

105, 114, 123, 132, 141, 150

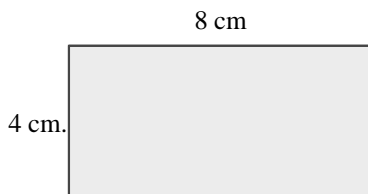
En total son 6 los números entre 100 y 200 que tienen la suma de sus dígitos igual a 6. Luego la respuesta es la c.

9. Al cortar la hoja cuadrada como se muestra en la figura, obtenemos dos rectángulos como el siguiente:



Como sabemos que uno de sus lados mide 4cm y además que el perímetro es 24cm, entonces el otro lado debe medir 8cm, ya que

$$4cm + 4cm + 8cm + 8cm = 24cm$$



Luego el área de uno de los rectángulos es: $A_R = 4cm \times 8cm = 32cm^2$, pero como la hoja fue dividida en dos de estos rectángulos, el área de la hoja es: $A_H = 2A_R = 2 \times 32cm^2 = 64cm^2$

La respuesta es la c.

10. El menor número de discos que Wendell debe tomar para estar absolutamente seguro de haber sacado dos discos del mismo color es 4. Veamos:

Si saca 2 o 3, no se asegura que haya sacado dos del mismo color, puesto que hay tres colores diferentes. Si saca 4 fijo dos deben ser del mismo color. A continuación se muestra una tabla con todos los intentos posibles.

Rojos	Azul	Amarillo	Discos
2	1	1	4
1	2	1	4
1	1	2	4
2	0	2	4
2	2	0	4
0	2	2	4
3	1	0	4
3	0	1	4
1	3	0	4
0	3	1	4
0	1	3	4
1	0	3	4
4	0	0	4
0	4	0	4
0	0	4	4

Para cada posibilidad hay al menos un color que es tomado mínimo dos veces.

11. Como el triángulo ABC es equilátero, entonces $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} = \frac{1}{3} \times (\text{Perímetro}) = 24/3 = 8 \text{ cm}$. Además $\overline{BD} = \overline{DC} = 5 \text{ cm}$ y $\overline{CE} = \overline{AE} = 6 \text{ cm}$.

Luego, el perímetro de $ABDCE = \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC} + \overline{CE} + \overline{AE} = 8 + 5 + 5 + 6 + 6 = 30 \text{ cm}$.

12. Como la figura está formada por cuadrados de igual tamaño, cada uno de los lados tiene la misma medida. En total son 12 lados iguales, entonces cada uno mide $72/12 = 6 \text{ cm}$. Por lo tanto el área de cada cuadrado es de $6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$, pero la figura está formada por 5 de éstos, de ahí que, su área es igual a $36 \times 5 = 180 \text{ cm}^2$.

1.2. Prueba Selectiva

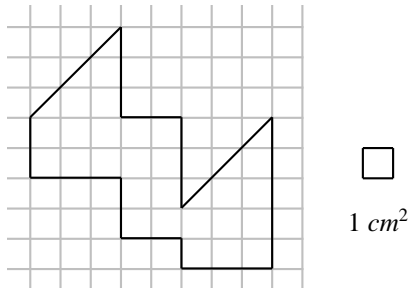
1.2.1. Prueba Selectiva: 6 de Octubre

1. Calcule el valor que falta en la sucesión

5, 7, 10, 14, ?

- (a) 15 (b) 16 (c) 17 (d) 18 (e) 19

2. Un terreno destinado a construir un colegio tiene forma de polígono irregular, como muestra la figura. Hallar el área del terreno donde se construirá el colegio.



- (a) 23 cm^2 (b) 29 cm^2 (c) 38 cm^2 (d) 31 cm^2 (e) 42 cm^2

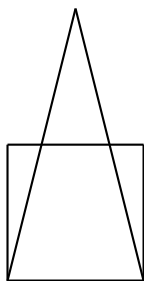
3. Una camiseta para el colegio se vende en 4 almacenes deportivos o en 7 almacenes de cadena. ¿De cuántas formas se puede adquirir la camiseta?

- (a) 28 (b) 35 (c) 11 (d) 21 (e) 14.

4. Catalina, Diego y Andrés fueron a una heladería. Catalina pagó con \$ 5.000 y le devolvieron \$ 1.200. Diego y Andrés pagaron, cada uno, con un billete de \$ 10.000. Catalina y Andrés gastaron entre los dos, \$ 8.000. Lo que le devolvieron a Diego fue la mitad de lo que le devolvieron a Andrés. ¿Cuánto gastó Diego?

- (a) \$ 7.100 (b) \$ 4.200 (c) \$ 3.800 (d) \$ 2.900 (e) \$ 2.100.

5. Sabemos que el cuadrado y el triángulo de la figura tienen la misma área. Si el perímetro del cuadrado es 20 cm ¿Cuál es el valor de la altura del triángulo, correspondiente a la base en el cuadrado?



- (a) 4 *cm* (b) 6 *cm* (c) 8 *cm* (d) 10 *cm* (e) 12 *cm*

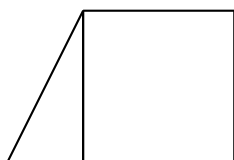
6. En una carrera de maratón intervienen 4 Santandereanos, 4 Vallecaucanos, 4 Costeños y 4 Paisas. Si suponemos que todos los corredores terminan la carrera, cuántos podios distintos pueden darse al acabar la carrera en los cuales no hay Santandereanos.

Nota: Un podio hace referencia a un conjunto de los 3 deportistas que ganan medalla de oro, plata y de bronce.

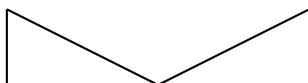
- (a) 1320 (b) 1348 (c) 1570 (d) 1728 (e) 999

7. María tiene una botella vacía. Si la llena de agua, todo pesa 650 gramos. Si solo se llena de agua las $\frac{3}{4}$ partes, todo pesa 525 gramos. ¿Cuánto pesa la botella vacía?

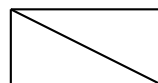
8. Con un cuadrado y un triángulo se forman las figuras: *A*, *B* y *C*. La figura *A* tiene 54 *cm* de perímetro, la *B* tiene 60 *cm* de perímetro y la *C* tiene 34 *cm* de perímetro. ¿Cuál es la longitud de cada uno de los lados del triángulo?



A



B



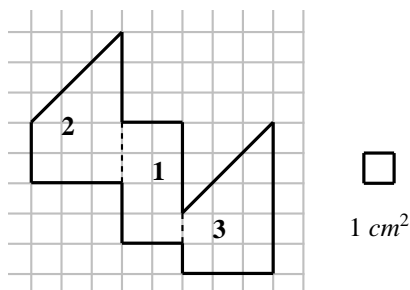
C

9. Un grupo de niños va al cine y reúnen el dinero para pagar la entrada entre todos. Si cada uno coloca \$ 8.000 les faltan \$ 23.000. Si cada uno coloca \$ 9.000 les sobran \$23.000. ¿Cuántos niños fueron al cine?

1.2.2. Solución

1. Notemos que para obtener el segundo término de esta sucesión, sumamos dos al primero. Para obtener el tercer término de esta sucesión, sumamos tres al segundo, así sucesivamente. De esta forma para obtener el quinto, sumamos cinco al cuarto elemento, por lo tanto el quinto término de la sucesión será $14 + 5 = 19$.

2. Subdividimos la figura en 3 figuras más pequeñas, así:



Teniendo en cuenta la unidad de superficie dada, se tiene que la figura 1 es un rectángulo de área 8cm^2 . Además, las figuras 2 y 3 son iguales y por lo tanto, tienen igual área, al unirlos se forma un rectángulo de dimensiones 3×7 con área 21cm^2 . Así sumando el área de estos dos rectángulos obtendremos que la figura original tiene área 29cm^2 .

3. Se tienen 4 formas comprando en almacén deportivo y 7 comprando en almacén de cadena, para un total de 11 formas.

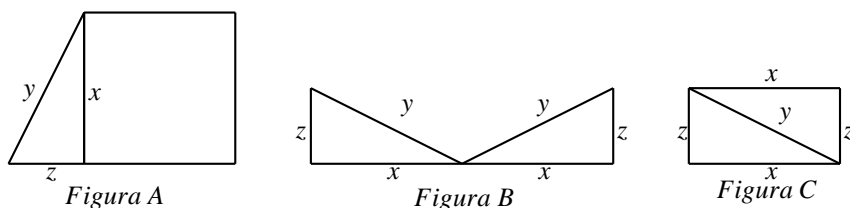
4. Catalina pagó un total de $3.800 = 5.000 - 1.200$. Catalina y Andrés gastaron entre los dos 8.000 , luego el gasto de Andrés fue de $4.200 = 8.000 - 3.800$. Pero Andrés pagó con un billete de diez mil, por lo tanto le devolvieron $5.800 = 10.000 - 4.200$. A Diego le devolvieron la mitad de lo que le devolvieron a Andrés, es decir, $2.900 = 5.800/2$. Por lo tanto Diego gastó $7.100 = 10.000 - 2.900$.

5. Como el perímetro del cuadrado es 20cm , entonces éste es de lado 5cm y tiene área igual a 25cm^2 . Como el triángulo y el cuadrado tienen la misma área, entonces $25 = \frac{h \times 5}{2}$, donde h es la altura del triángulo, despejando h encontramos que la altura del triángulo es 10cm .

6. Dejando de lado al grupo santandereano, vamos a tomar los otros doce participantes como candidatos al los puestos del podio. Tengamos en cuenta que aquí no importará las regiones sino las personas, por lo tanto si tres Paisas quedan en el podio y asigno un nombre distinto a un lugar del podio diferente esta nueva organización será un nuevo podio aunque sigan estando los mismos tres Paisas en el podio. Así se pueden formar $12 \times 11 \times 10 = 1320$ podios distintos.

7. La botella llena de agua pesa 650 gramos y cuando se llena con solo $\frac{3}{4}$ partes de agua su peso es de 525 gramos, entonces un cuarto de agua pesa $650 - 525 = 125$ gramos. Luego todo el agua pesa $125 \times 4 = 500$ gramos, en consecuencia la botella vacía pesa $650 - 500 = 150$ gramos.

8. Teniendo en cuenta que la figura A está formada por un triángulo y un cuadrado y que las figuras B y C están formadas por el mismo triángulo, podemos rotular los segmentos de todas las figuras de la siguiente manera:



Tenemos que el perímetro de la figura C es $2x + 2z = 34$, luego $x + z = 17$. Continuamos con el perímetro de la figura B que es $2x + 2y + 2z = 60$ y reemplazando $2x + 2y$ por 34, tenemos que $34 + 2z = 60$, y así $z = 13$. Por último, calculando el perímetro de la figura A que corresponde a $3x + y + z = 54$ y teniendo en cuenta que $y = 13$ y $x + z = 17$ obtenemos que $2x = 54 - 30 = 24$, luego $x = 12$ y por consiguiente, $z = 5$. Por lo tanto, las medidas de los lados de los triángulos son 5cm, 12cm y 13cm.

9. Con la información proporcionada podemos formar la siguiente ecuación. Si n es el número de niños que fueron al cine, entonces tenemos que:

$$8000n + 23000 = 9000n - 23000$$

$$46000 = 1000n$$

$$n = 46$$

De aquí, en total fueron 46 niños al cine.

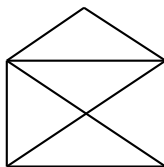
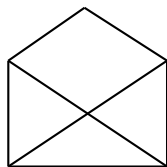
1.3. Prueba Final

1.3.1. Resultados

Cuadro de Resultados				
Nombre	Colegio /Institución	Municipio	Posición	Mención
Gómez Sequeda Manuel José	Instituto San José de la Salle	Bucaramanga	1	Oro
Plaza Caballero Sergio	Jorge Ardila Duarte	Bucaramanga	2	Plata
Puentes Beltrán Santiago Andrés	Glem Doman Escuela Precoz	Floridablanca	3	Bronce
Sarmiento Silvia Fernanda	Instituto Técnico Aquileo Parra	Barichara	4	
Millan Rodriguez Jenny Cecilia	Escuela Normal Superior	Málaga	5	
León Gómez Juan David	Colegio de las Américas	Bucaramanga	6	
Oviedo Jaimes Jaidier Camilo	Instituto San José de la Salle	Bucaramanga	7	
Peña Socha Jhon Sebastian	Colegio Juan Cristóbal Martínez	Girón	8	
Vega Bautista Diana Carolina	Escuela Normal Superior	Málaga	9	
Vega Nicole Daniela	Gimnasio Pedagógico Comfenalco	Bucaramanga	10	

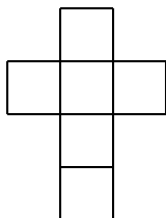
1.3.2. Prueba Final: 10 de Noviembre

1. Uno de estos sobres se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel y sin pasar más de una vez por el mismo trazo. ¿Cuál es?



2. Ana abre su libro de matemáticas y observa que el producto de los números de las páginas es 420. ¿En qué páginas Ana abrió el libro?

3. La cruz del dibujo está formada por 6 cuadrados iguales. El perímetro es de 7 m. ¿Cuál es el área de la cruz?

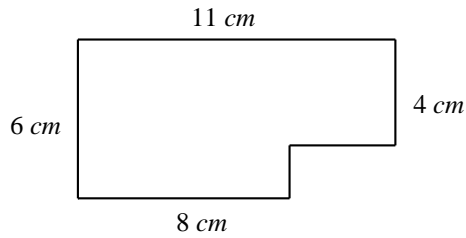


4. Cada letra es un dígito y un dígito es una sola letra. ¿Qué dígito es K ?

$$\begin{array}{r}
 K \quad A \\
 + \\
 A \quad K \\
 \hline
 A \quad A \quad W
 \end{array}$$

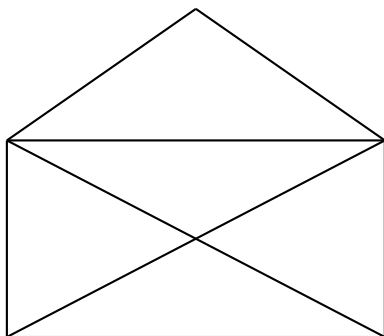
5. Un comerciante compra 840 prendas de vestir. El fabricante le regala una prenda de vestir más por cada docena que compre ¿Cuántas prendas de vestir ha recibido en total el comerciante?

6. Hallar el área de la figura

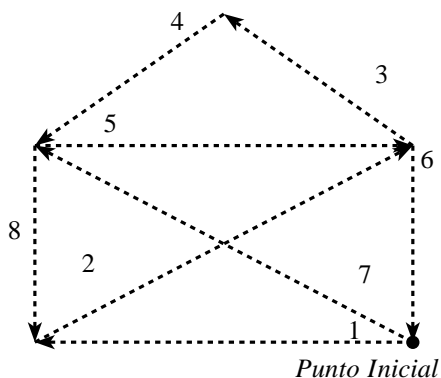


1.3.3. Solución

1. El sobre que se puede dibujar según las condiciones dadas en el enunciado es:



la forma adecuada de recorrer este sobre es descrita gráficamente a continuación



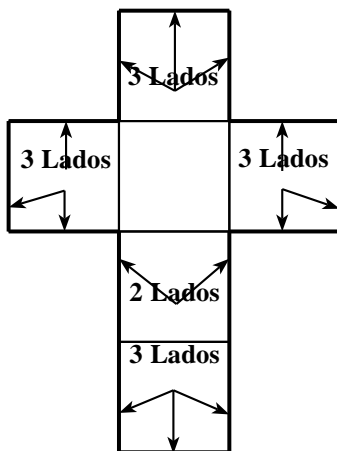
Como se observa partimos del punto inicial después recorremos la figura de acuerdo al número y dirección de cada una de las flechas hasta terminar en la última, es decir la número 8.

2. Siguiendo los datos dados, las páginas en las cuales se encuentra abierto el libro deben ser consecutivas, entonces debemos descomponer 420 en factores primos, agruparlos convenientemente en dos factores de modo que su producto sea 420 y su resta sea 1.

$$\begin{array}{r|l}
 420 & 2 \\
 210 & 2 \\
 105 & 3 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

Agrupando y asociando se obtiene que $420 = (2 \cdot 2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 7) = 20 \cdot 21$, así según lo dicho anteriormente, se tiene que la descomposición conveniente es $20 \cdot 21 = 420$ y por lo tanto Ana abrió el libro en las páginas 20 y 21.

3. Dado que el perímetro de la cruz es de 7m, y que la figura está compuesta por 14 lados iguales, como se observa en la siguiente figura:



Tenemos que la medida de cada lado corresponde al cociente que resulta de dividir el perímetro de la figura entre el número total de lados.

$$7 \div 14 \Rightarrow \begin{array}{r|l} 70 & 14 \\ 0 & 0,5 \end{array}$$

De ahí, cada lado mide $0,5m$, por ende el área de cada cuadrado es $(0,5m) \cdot (0,5m) = 0,25m^2$. Finalmente, ya que la cruz está formada por 6 cuadrados, tenemos que su área es:

$$6 \cdot 0,25m^2 = 6 \cdot \frac{25}{100}m^2 = \frac{3 \cdot 25}{50}m^2 = \frac{3}{2}m^2 = 1,5m^2$$

Por lo tanto el área de la cruz es $1,5m^2$.

4. Dadas la condiciones del enunciado , debemos encontrar dos números K y A tal que

$$\begin{array}{r} K \quad A \\ + \\ A \quad K \\ \hline A \quad A \quad K \end{array}$$

Según lo anterior la única solución posible es cuando $A = 0$ y $K = 0$

Nota: Por un error cometido a la hora de digitar este ejercicio, la solución no satisface la condición de que cada letra sea un número diferente.

El ejercicio correcto es el siguiente.

$$\begin{array}{r} K \quad A \\ + \\ A \quad K \\ \hline A \quad A \quad W \end{array}$$

Si $A = 1$ y $K = 9$ entonces $W = 0$, así se tiene que

$$\begin{array}{r} 9 \quad 1 \\ + \\ 1 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

Durante la calificación de la prueba se tuvo en cuenta el ejercicio digitado en ésta.

5. Para conocer el número total de prendas que recibe el comerciante, primero debemos saber el número de docenas que adquirió, para esto dividimos 840 en 12, así

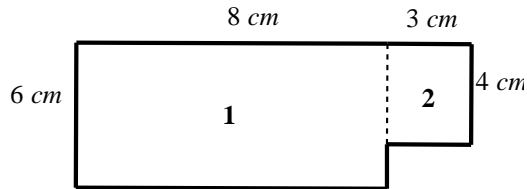
$$\begin{array}{r|l} 840 & 12 \\ 00 & 70 \\ 0 & \end{array}$$

De esto se tiene que el comerciante compró 70 docenas de prendas, por lo cual el fabricante le obsequió 70 prendas de vestir, entonces el comprador recibió $70 + 840 = 910$ prendas de vestir en total.

6. Consideremos las siguientes soluciones:

Solución 1:

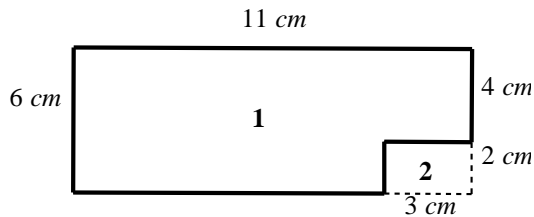
Al subdividir la figura en dos figuras más pequeñas se tiene que



El área de la figura 1 es $6\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 48\text{ cm}^2$ y el área de la figura 2 es $3\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$ así el área de la figura dada en el enunciado es la suma de las áreas de la fig 1 y fig 2 es decir $48\text{ cm}^2 + 12\text{ cm}^2 = 60\text{ cm}^2$, entonces el área total es 60 cm^2 .

Solución 2:

Al extender los segmentos de la figura completamos un rectángulo así



El área de la figura 1 es $6\text{ cm} \cdot 11\text{ cm} = 66\text{ cm}^2$ y el área de la figura 2 es $3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 6\text{ cm}^2$, de esto se tiene que la figura original es la resta de las áreas de la fig 1 y la fig 2, por esto el área total es $60\text{ cm}^2 = 66\text{ cm}^2 - 6\text{ cm}^2$.

1.4. Problemas propuestos en la fase de Entrenamiento

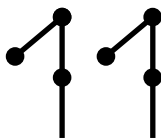
1.4.1. Álgebra y Lógica

1. Manuel ha puesto su reloj a las doce en punto cuando sonaban las campanadas de media noche de fin de año de 2011. El reloj de Manuel se retrasa un minuto cada día. Si no lo arregla, ¿qué hora marcará cuando toquen las campanadas de fin de año de 2012?
2. ¿Cuál es el mínimo número de colores para pintar un cubo de forma que dos caras adyacentes no tengan el mismo color?
3. Tatiana está pensando un número que está entre 6000 y 7000, termina en 45 y la suma de sus cifras es 15. ¿Cuál es el número que está pensando Tatiana?
4. Tres cajas están rotuladas: “manzanas y naranjas”, “manzanas” y “naranjas”. Cada uno de los rótulos es incorrecto. Se abre sólo una caja y sólo se puede elegir una fruta (no se permite palpar ni espiar). ¿Cómo se puede poner el rótulo correcto en cada caja?
5. Averigua los sumandos que faltan.

	3	9	5
+			
	5	8	7

	5	2	8
+			
	9	2	4

6. Este once confeccionado con fósforos, puede con facilidad transformarse en mil moviendo solo uno de ellos. ¿De qué forma se hace?



7. Tengo 5 pollitos y algunos conejos. Si en total hay 22 patas, ¿cuántos conejos tengo?

8. En un tribunal, cuatro hombres son juzgados por un robo. El fiscal insiste en que todos mienten, porque ellos declararon lo siguiente:

Acusado 1: “uno sólo miente”.

Acusado 2: “dos son los que mienten”.

Acusado 3: “tres son los que mienten”.

Acusado 4: “los cuatro decimos la verdad”.

Sin embargo, el juez piensa que uno de los acusados dice la verdad. ¿Quién dice la verdad?

1.4.2. Teoría de Números y combinatoria

1. La mamá de Tatiana va a preparar una torta de frutas. Puede elegir entre kiwi, cereza o banana. Si quiere usar sólo dos tipos de frutas, ¿de cuántas maneras diferentes la puede preparar?

2. Si subo las escaleras de mi piso de dos en dos me sobra un escalón. Si las subo de tres en tres, me sobran dos y si las subo de cuatro en cuatro me sobran tres. Si son menos de 20, ¿cuántos escalones tiene la escalera de mi piso?

3. Cada uno de los siguientes números se puede obtener como el producto de tres números enteros positivos diferentes y menores que 10. ¿Cómo?

105 108 112 120

4. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra **ALTO** en esta escalera?

		A	L	T	O
	A	L	T	O	
A	L	T	O		

5. Un ratón tarda 12 segundos en recorrer una pista circular, mientras que otro ratón tarda 16 segundos. Los dos ratones parten del mismo punto y al mismo tiempo y terminan su carrera 1 minuto y 16 segundos después. ¿Cuántas veces después de la partida se encuentran los dos ratones en el punto de partida?

6. En la siguiente sucesión de números, ¿cuáles son los siguientes dos números que faltan?

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 4 \rightarrow 25 \rightarrow 6 \rightarrow \bigcirc \rightarrow \bigcirc$$

7. Abril, Brenda y Vanesa; Carlos, Diego y Eduardo se quieren sentar en una fila. ¿De cuántas maneras pueden hacerlo si:

- No puede haber niños juntos ni niñas juntas?
- Las 3 niñas quieren estar siempre juntas?

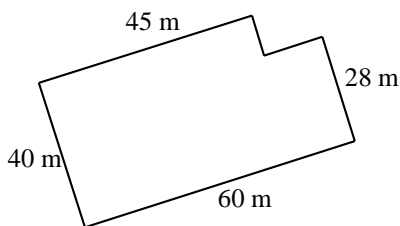
En cada caso da todas las posibilidades.

8. Supón que tenemos los números enteros a, b, c, d tales que $1 < a < b < c < d$ y $a \times b \times c \times d = 210$. Halla $a + b + c + d$.

9. El otro día hice una lista de todos los números de 6 cifras que contenían exactamente 5 nueves. ¿Cuántos números tenía mi lista?

1.4.3. Geometría

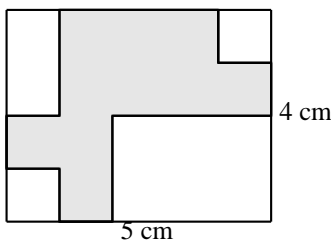
1. Preparándose para la maratón UIS, un atleta decide entrenar 5 horas diarias dando vueltas a una pista con las medidas que se muestran en la siguiente figura. Si cada hora da 20 vueltas a la pista, ¿Cuántos kilómetros recorre el atleta diariamente, durante su entrenamiento en la pista?



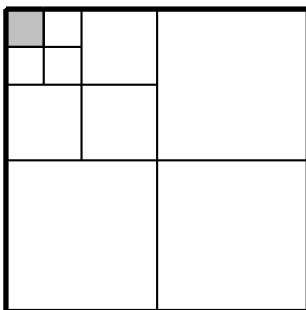
2. ¿Cómo podrían unirse los cuatro puntos que se muestran en la figura sin levantar el lápiz, empezando en un punto cualquiera y terminando en ese mismo punto, de modo que sólo se tracen 3 pedazos de recta (no necesariamente del mismo tamaño)?



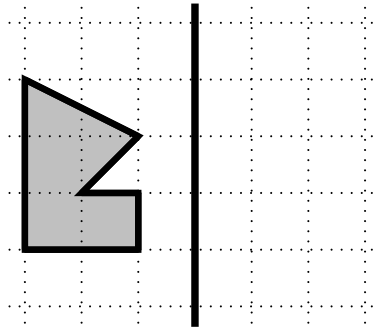
3. Luego de hacer los trazos para recortar una cartulina, como se muestra en la figura, Ana le dice a Laura que el perímetro de la región sombreada es 20 cm, y luego de hacer algunos cálculos Laura argumenta que eso no es posible. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?



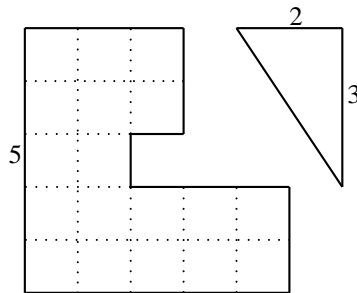
4. Si un lado del cuadrado sombreado mide 3 cm, ¿cuánto mide el perímetro de la figura total.



5. En la siguiente rejilla, el segmento en posición vertical representa un espejo. Dibuje la imagen de la figura dada al mirarse en el espejo.



6. ¿Será posible rellenar la figura de la izquierda con triángulos iguales al de la derecha?



Capítulo 2

Nivel Medio

2.1. Prueba Clasificatoria

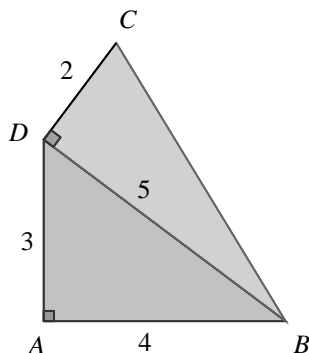
2.1.1. Prueba Clasificatoria: 7 de Septiembre

1. El lado de cada cuadrado es la mitad del lado del cuadrado inmediatamente anterior. El área total de la figura es 84cm^2 y el área del cuadrado más pequeño es 4cm^2 , entonces, la medida del lado del cuadrado mayor es:



- (a) 8 cm (b) 16 cm (c) 64 cm (d) 4 cm^2 (e) 2 cm^2

2. Determine el área del cuadrilátero $ABCD$.



- (a) 14 cm^2 (b) 12 cm^2 (c) 11 cm^2 (d) 10 cm^2 (e) 7 cm^2

3. El equipo olímpico matemático que representa al colegio *XXY* esta integrado por estudiantes de los grados tercero, cuarto y quinto de primaria únicamente. Siete estudiantes son de tercero, once estudiantes son de cuarto y una tercera parte ($\frac{1}{3}$) del equipo es de quinto de primaria.

¿Cuántos estudiantes integran el equipo olímpico matemático del colegio *XXY*?

- (a) 9 (b) 18 (c) 21 (d) 27 (e) 30

4. Hay tres bombillos intermitentes, uno se enciende cada 4 segundos, el otro cada 5 segundos y el tercero cada 6 segundos. Si los tres bombillos encienden simultáneamente a las 8:00 am.

¿Cuál es el siguiente instante del día, en el cual los tres bombillos coinciden nuevamente?

- (a) 10 : 00 am (b) 12 : 00 am (c) 8 : 50 am (d) 8 : 01 am (e) 12 : 01 am.

5. Carlos, Catalina y Carolina son hermanos. Catalina tiene 12 años, Carlos tiene 3 años más que Carolina y 4 años menos que Catalina.

¿Cuál es la diferencia entre las edades de Catalina y Carolina dentro de 15 años?

- (a) 17 años. (b) 6 años. (c) 7 años. (d) 8 años. (e) 23 años.

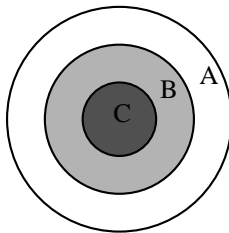
6. Yuly tiene un dado pintado con dos caras de color rojo y cuatro caras de color azul. La probabilidad que al lanzar el dado al suelo, en la parte superior se observe la cara azul es:

- (a) El doble de que sea roja.
- (b) La mitad de que sea roja.
- (c) Igual a la de ser roja.
- (d) La tercera parte de la de ser roja.
- (e) El triple de que sea roja.

7. El cociente de dos números es 16 y la diferencia es 45, ¿Cuál es el menor de esos números?

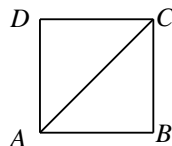
- (a) 2 (b) 3 (c) 48 (d) 5 (e) 29

8. En el juego del tiro al blanco que se muestra, el anillo A , el anillo B y el anillo C corresponden a diferentes puntajes. La suma de los puntajes de A y B es 25, de B y C es 36 y de A y C es 31. ¿Cuál es la suma de los valores de los puntajes A , B y C ?



- (a) 92 (b) 61 (c) 66 (d) 36 (e) 46

9. Sea $ABCD$ un cuadrado cuya diagonal AC mide 4 unidades de longitud. ¿Cuál es el área del cuadrado $ABCD$?



- (a) 16 (b) 64 (c) 32 (d) 8 (e) 128

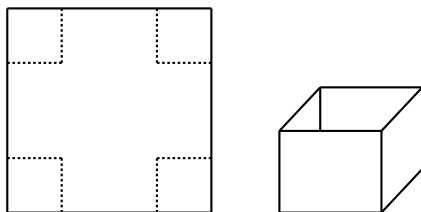
10. La letra x representa un número entero, tal que al reemplazarlo hace que la fracción

$$\frac{12}{3 + \left(\frac{x}{3}\right)} = 3$$

sea igual a 3. ¿Cuál es ese número?

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 6

11. A un cartón rectangular se le han recortado 4 cuadrados de las esquinas con el fin de hacer una caja de 5cm de ancho, 4cm de largo y 60cm^3 de volumen. El área original de la lámina de cartón es:



- (a) 140 cm^2 (b) 120 cm^2 (c) 115 cm^2 (d) 110 cm^2 (e) 100 cm^2

12. El número natural más pequeño tal que al dividirlo por 3 deja residuo 2, y al dividirlo por 11 tiene residuo 7 es:

- (a) 18 (b) 23 (c) 29 (d) 32 (e) 50

2.1.2. Solución

1. Sea A_1 es el área del cuadrado mayor, A_2 es el área del cuadrado mediano y A_3 es el área del cuadrado más pequeño, tenemos que $A_1 + A_2 + A_3 = 84\text{cm}^2$ y $A_3 = 4\text{cm}^2$, entonces la medida del lado del cuadrado más pequeño es $\ell_3 = 2\text{cm}$, porque $2 \times 2 = 4\text{cm}^2$. Como $\ell_3 = 2\text{cm}$ entonces el lado del cuadrado mediano debe medir 4cm , y de igual forma el lado del cuadrado mayor es 8cm .

2. El cuadrilátero $ABCD$ está formado por dos triángulos rectángulos, luego la suma de las áreas de estos dos triángulos es igual al área del cuadrilátero. La base del triángulo BCD mide 5cm y su altura 2cm luego el área es $A_1 = \frac{b \times h}{2} = \frac{5 \times 2}{2} = 5\text{cm}^2$. Ahora, La base del triángulo ABD mide 4cm y su altura 3cm luego su área es $A_2 = \frac{4 \times 3}{2} = 6\text{cm}^2$. Entonces el área del cuadrilátero A_c es igual a $A_1 + A_2 = 5\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 = 11\text{cm}^2$, por lo tanto $A_c = 11\text{cm}^2$.

3. Si una tercera parte del equipo es de grado quinto, entonces los 7 estudiantes de tercero junto con los 11 estudiantes de cuarto forman la parte restante de los estudiantes del equipo, es decir, $\frac{2}{3}$. Luego si 18 niños equivalen a $\frac{2}{3}$ del equipo entonces 9 niños equivalen a $\frac{1}{3}$, por lo tanto 27 estudiantes integran el equipo.

4. Se debe encontrar un instante en el cual los bombillos nuevamente coincidan, y este instante debe ser el que sigue a las 8 : 00 am, es decir, el mínimo común múltiplo de los tiempos que cada bombillo demora en encender, el cual es $60 = m.c.m.(4, 5, 6)$, luego el siguiente instante es a los 60 segundos, es decir, a las 8 : 01 am.

5. Dado que Catalina tiene 12 años y Carlos es 4 años menor que ella entonces él tiene 8 años. Ahora Carlos tiene 3 años más que Carolina luego ella debe tener 5 años, y así la diferencia entre las edades de Catalina y carolina es $12 - 5 = 7$ años que se seguirá conservando dentro de 15 años.

6. Dado que cuatro son las caras azules y dos son caras rojas, entonces el número de caras azules es el doble del número de caras rojas, por lo tanto cuando Yuli lance el dado, la probabilidad de que se observe en la parte superior la cara azul es el doble de que sea roja.

7. Partamos de las siguientes ecuaciones que modelan la situación: $a - b = 45$, $\frac{a}{b} = 16$.

Se puede concluir de cualquiera de las ecuaciones que el número b es menor que a . Se puede probar que al reemplazar a b por cada una de las opciones, para la única que es posible encontrar un valor para a tal que satisfaga las ecuaciones de forma simultánea es 3.

8. Consideremos las siguientes ecuaciones:

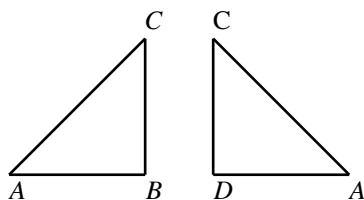
$$A + B = 25,$$

$$B + C = 36,$$

$$A + C = 31.$$

Al sumar estas ecuaciones obtenemos $2A + 2B + 2C = 92$, dividiendo en dos a ambos lados de la igualdad tenemos $A + B + C = 46$, así la suma de los tres puntajes del tiro al blanco es 46.

9. Dividamos el cuadrado en dos triángulos mediante el corte que forma la diagonal, como se muestra en la figura.



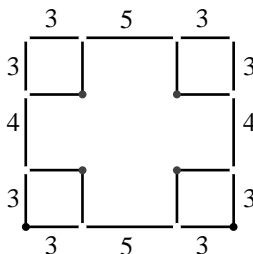
Ahora haciendo coincidir los lados CB y CD de los triángulos obtenemos un triángulo rectángulo, que además es isósceles y los lados que son iguales miden 4cm pues son precisamente longitudes congruentes con la diagonal del cuadrado, y este triángulo tiene la misma área que el cuadrado original, así el área del cuadrado es $\frac{4 \times 4}{2} = 8$ unidades cuadradas.

10. Tenemos la fracción $\frac{12}{(3+(\frac{x}{3}))} = 3$, podemos ver que x debe ser igual a 3 pues al reemplazar tenemos que:

$$\frac{12}{(3+(\frac{3}{3}))} = \frac{12}{(3+1)} = \frac{12}{4} = 3.$$

Además podemos ver que ninguna de las otras opciones de respuesta satisface la igualdad.

11. El volumen de la caja se obtiene al multiplicar el área de la base por la altura. El área de la base es 20cm^2 y como sabemos que el volumen de la caja es de 60cm^3 , podemos establecer la siguiente relación: $60\text{cm}^3 = 20\text{cm}^2 \times h$, donde h será la altura de la caja. De esta expresión es fácil ver que $h = 3\text{cm}$ y ahora podemos calcular las dimensiones del cartón rectangular, como se muestra en la gráfica.



De esta forma podemos decir que el área del cartón rectangular es $11 \times 10 = 110\text{cm}^2$.

12. Consideremos las siguientes soluciones:

Solución 1: Hacemos una lista de los números que cumplen la primera condición, otra de los números que cumplen la segunda, luego el menor número que se encuentre en ambas listas será el número buscado.

Los que cumplen la segunda condición son los números que se obtienen al agregarle 7 a los múltiplos de 11. Es decir, $\{18, \mathbf{29}, 40, 51, \dots\}$.

Los que cumplen la primera condición son los números que se obtienen al agregarle 2 a los múltiplos de 3. Es decir, $\{5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, \mathbf{29}, 32, \dots\}$.

Luego el número es 29.

Solución 2: Ensayamos con cada una de las opciones, dividiendo por 3 y por 11:

$18 = 3 \times 6 + 0 = 11 \times 1 + 7$. No cumple la primera condición aunque si la segunda.

$23 = 3 \times 7 + 2 = 11 \times 2 + 1$. Cumple la primera condición, pero no la segunda.

$29 = 3 \times 9 + 2 = 11 \times 2 + 7$. Cumple ambas condiciones.

$32 = 3 \times 10 + 2 = 11 \times 2 + 10$. Cumple la primera condición, pero no la segunda.

$50 = 3 \times 16 + 2 = 11 \times 4 + 6$. Cumple la primera condición, pero no la segunda.

Por lo cual 29 es la respuesta correcta, ya que es el menor número que satisface ambas condiciones.

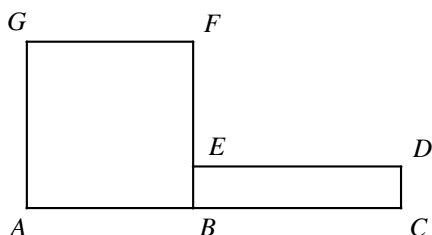
2.2. Prueba Selectiva

2.2.1. Prueba Selectiva: 6 de Octubre

1. Cuatro amigos se pesan a la vez de dos en dos, de todas las formas posibles. Los pesos de las parejas son: 90 kg, 92 kg, 93 kg, 94 kg, 95 kg y 97 kg. El peso en conjunto de los cuatro amigos es:

- (a) 184 kg (b) 185 kg (c) 186 kg (d) 187 kg (e) 188 kg.

2. En la figura, $ABFG$ es un cuadrado y $BCDE$ es un rectángulo. $CD = 12$ cm; $EF = 3BE$. El área de $ABFG$ es el triple del área de $BCDE$. ¿Cuál es el perímetro de $BCDE$?



- (a) 64 (b) 76 (c) 120 (d) 140 (e) 152

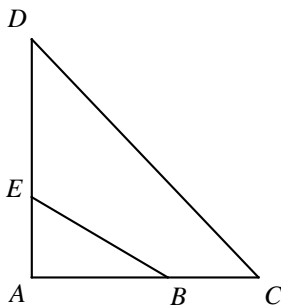
3. Con los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6 queremos formar claves de 6 cifras distintas, con la condición que cada clave comienza con 1 y termina con 4. ¿Cuántas claves se pueden formar?

- (a) 12 (b) 15 (c) 24 (d) 64 (e) 134.

4. Manuel y Diego escribieron cada uno una fracción. Manuel escribió una fracción que tiene el denominador 4 unidades mayor que el numerador. Diego escribió una fracción con numerador igual al de la fracción de Manuel y denominador 5 unidades mayor que el denominador de la fracción de Manuel. La fracción de Diego es equivalente a $\frac{1}{2}$. ¿Cuál es la fracción que escribió Diego?

- (a) $\frac{6}{3}$ (b) $\frac{3}{6}$ (c) $\frac{5}{10}$ (d) $\frac{9}{18}$ (e) $\frac{15}{30}$.

5. El triángulo ACD tiene 30 cm de perímetro y el ABE tiene 12 cm de perímetro, $CD = 13$ cm, $BE = 5$ cm, $ED = 4BC$ y $AE = 2BC$. ¿Cuál es la longitud de AD ?



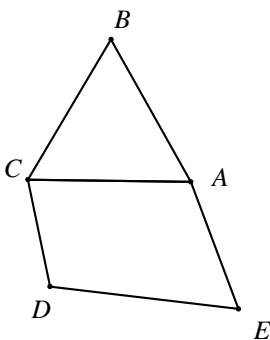
- (a) 8 (b) 10 (c) 12 (d) 14 (e) 16

6. Con las cifras 1, 2, 4 y 6, sin repetir, se arman números impares de tres cifras. ¿Cuántos de estos números son mayores que 250?

- (a) 5 (b) 6 (c) 8 (d) 12 (e) 24

7. Un atleta recorre cada hora una distancia igual a $\frac{3}{4}$ de lo que recorrió la hora anterior, si en tres horas recorrió 74 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros recorrió durante la primera hora?

8. En la figura, ABC es un triángulo equilátero de 21 *cm* de perímetro, $CD = AC$ y el cuadrilátero $ACDE$ tiene 25 *cm* de perímetro. ¿Cuál es el perímetro del polígono $ABCDE$?



9. Pedrito debe formar todos los números de cinco cifras que se puedan hacer con los dígitos 0 y 1. ¿Cuáles números formó Pedrito? y ¿Cuántos son?

2.2.2. Solución

1. Dado que cada persona se pesa con los otros 3 amigos, al sumar el peso de todas las parejas posibles, tenemos tres veces el peso en conjunto de los cuatro amigos, por lo tanto, este peso es:

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = \frac{90 + 92 + 93 + 94 + 95 + 97}{3} = 187$$

Así el peso en conjunto de los cuatro amigos es $187kg$.

2. Como $CD = 12$ y $EF = 3BE = 3CD$, entonces $BF = BE + EF$. Luego $BF = BE + 3BE = 4BE = 4CD = 4(12) = 48cm$. Entonces el área de $ABFE$, en adelante A_c , es

$$A_c = 48 \times 48 = 2304cm^2.$$

Además, el área A_c es el triple del área del rectángulo $BCDE$, en adelante A_r , es decir, $A_c = 3A_r$, entonces

$$A_r = \frac{A_c}{3} = \frac{2304}{3} = 768.$$

Pero $A_r = (BC)(CD)$ entonces $A_r = (BC)(12)$, por lo tanto $BC = \frac{768}{12} = 64cm$.

Finalmente, el perímetro de $BCDE$ es $2(BC + CD) = 2(64 + 12) = 152cm$.

3. Colocando fijos el 1 en la primera y el 4 en la última, los cuatro números restantes: 2,3,5,6 se pueden colocar de $4!$ formas distintas (permutaciones). En total se pueden formar $4! = 24$ claves distintas.

4. De acuerdo al enunciado tenemos que Manuel escribió la fracción $\frac{x}{x+4}$ y Diego la fracción $\frac{x}{x+9}$. Como la fracción de Diego es equivalente a $\frac{1}{2}$, entonces:

$$\frac{x}{x+9} = \frac{1}{2}.$$

De donde $x = 9$. Luego la fracción que escribió Diego es $\frac{9}{18}$.

5. Llamemos P_{ACD} al perímetro del triángulo ACD y P_{ABE} al perímetro del triángulo ABE . Entonces Tenemos que:

$$P_{ACD} = (P_{ABE} - 5) + BC + ED + CD,$$

$$30 = 7 + BC + 4BC + 13.$$

De donde se deduce que $5BC = 10$, así $BC = 2$. Luego al reemplazar tenemos que $ED = 4(2) = 8$ y $AE = 2(2) = 4$. Como $AD = AE + ED$ entonces la longitud de AD es $4 + 8 = 12cm$.

6. Los números que podemos formar son: 261, 421, 461, 621 y 641. Por lo tanto hay 5 de dichos números.

7. Según el problema la distancia total es 74 km. Ahora notemos por x la distancia recorrida en una hora. Para la segunda hora ha recorrido $x + \frac{3}{4}x$ y para la tercera hora ha recorrido

$$x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}x\right) = 74,$$

$$\frac{16}{16}x + \frac{12}{16}x + \frac{9}{16}x = 74,$$

$$\frac{37}{16}x = 74,$$

$$x = 32.$$

Por lo tanto, durante la primera hora recorrió 32 kilómetros.

8. El perímetro del cuadrilátero $ACDE$ es 25 cm, y el perímetro del triángulo ABC es 21 cm, que es un triángulo equilátero por lo tanto, $AC = 7cm$. Luego el perímetro del polígono $ABCDE$ es:

$$P_{ACDE} + P_{ABC} - 2(7) = 25 + 21 - 14 = 32cm.$$

9. Según el enunciado los números deben ser de 5 cifras, entonces es necesario que la cifra de las decenas de mil sea diferente de cero, de lo contrario el número sería de cuatro cifras solamente. Por lo tanto para esa cifra tenemos sólo una opción, el dígito 1, y para las demás cifras están las dos opciones (0, 1), por consiguiente tenemos $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ números de cinco cifras. Los cuales son:

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ■ 10000 | ■ 11111 | ■ 10100 | ■ 10101 |
| ■ 10001 | ■ 11000 | ■ 10010 | ■ 11001 |
| ■ 10011 | ■ 11100 | ■ 10110 | ■ 11011 |
| ■ 10111 | ■ 11110 | ■ 11010 | ■ 11101 |

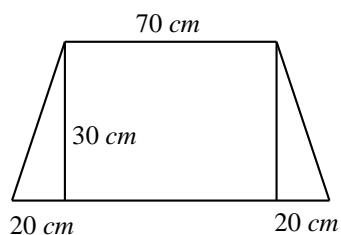
2.3. Prueba Final

2.3.1. Resultados

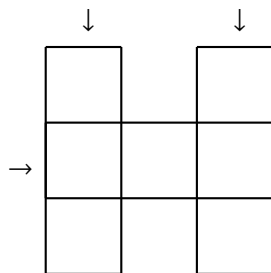
Cuadro de Resultados				
Nombre	Colegio /Institución	Municipio	Posición	Mención
Leal Casanova Santiago	Fundación Colegio UIS	Floridablanca	1	Oro
Cabrera Moncada Juan Diego	Glem Doman Escuela Precoz	Floridablanca	2	Plata
Oviedo Esteban Víctor Mauricio	Escuela Normal Superior	Málaga	3	Bronce
Barajas Salinas Julian Esteban	Jorge Ardila Duarte	Bucaramanga	4	
Rey Roman Jorge Luis	Liceo Patria	Bucaramanga	5	
Galvis Cala Heimar Camilo	Instituto Técnico Agropecuario	Hato	6	
Torres Yesid Fernando	Escuela Normal Superior	Málaga	7	
Villamizar Daniel Andrés	Fundación Colegio UIS	Floridablanca	8	
Oviedo Pedroza Sergio Andrés	Jorge Ardila Duarte	Bucaramanga	9	
Arias Ordoñez Iván Oxmany	Nuestra Señora de Fátima	Bucaramanga	10	

2.3.2. Prueba Final: 10 de Noviembre

1. Un padre y su hijo caminan en línea recta hacia el mismo lado. Tres pasos del padre son tan largos como cinco del hijo. Si el padre dio 30 pasos. ¿Cuántos pasos dio su hijo?
2. Encuentre la cantidad de números del 1 al 100 que se pueden obtener como la suma de 9 números consecutivos.
3. Halle el área de la figura

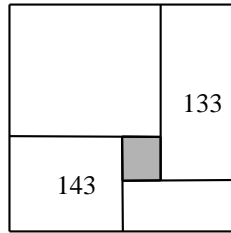


4. Ubica los números 1, 2, 3, 6, 7, 8 y 9, de tal manera que los números que indican las flechas sean múltiplos de 93.



5. ¿Cuántos números mayores que 10 y menores que 100 se incrementan en 9 cuando sus dígitos se invierten? Explique.

6. Un cuadrado de área 625 cm^2 se cubre con rectángulos cuyos lados son números mayores que 3, dejando un cuadrado pequeño en el centro. Las áreas de las rectángulos están escritas sobre ellas. Encuentre el área del cuadrado que está en el centro.



2.3.3. Solución

1. Consideremos las siguientes soluciones:

Solución 1:

Como 3 pasos del padre equivalen (en longitud) a 5 del hijo, definamos la siguiente fracción:

$$\frac{3}{5}$$

Donde el numerador es la cantidad de pasos del padre cuando el hijo ha dado los pasos del denominador. Si el padre dio 30 pasos, basta con complicar la fracción inicial en 10 unidades.

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{10} = \frac{30}{50}.$$

Donde la fracción $\frac{30}{50}$ nos indica que cuando el padre dio 30 pasos el hijo dio 50 pasos.

Solución 2:

Utilizando regla de tres simple tendremos:

$$\frac{\text{Numero de pasos del padre}}{\text{Numero de pasos del hijo}} = \frac{\text{Pasos que dio el padre}}{\text{Pasos que dio el hijo}}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{30}{x},$$

$$3x = 5 \times 30,$$

$$x = \frac{5 \times 30}{3} = \frac{150}{3} = 50,$$

$$x = 50.$$

Luego el hijo dio 50 pasos.

2. Consideremos las siguientes operaciones:

$$\blacksquare 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$$

$$\blacksquare 3 + 4 + 5 + \dots + 11 = 63$$

$$\blacksquare 2 + 3 + 4 + \dots + 10 = 54$$

$$\blacksquare 4 + 5 + 6 + \dots + 12 = 72$$

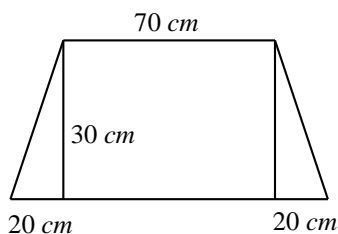
$$\blacksquare 5 + 6 + 7 + \dots + 13 = 81$$

$$\blacksquare 7 + 8 + 9 + \dots + 15 = 99$$

$$\blacksquare 6 + 7 + 8 + \dots + 14 = 90$$

En total son 7 números del 1 al 100 que se pueden obtener como la suma de 9 números consecutivos.

3. Notemos que:



$$\blacksquare \text{ El área de cada triángulo es } A_1 = \frac{30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}}{2} = \frac{600 \text{ cm}^2}{2} = 300 \text{ cm}^2.$$

$$\blacksquare \text{ El área del rectángulo es } A_2 = 70 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 2100 \text{ cm}^2.$$

Así que el área total de la figura es: $A_T = 2A_1 + A_2 = 600 \text{ cm}^2 + 2100 \text{ cm}^2 = 2700 \text{ cm}^2$.

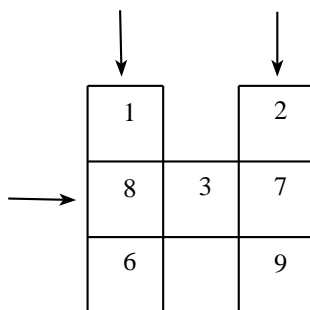
4. Los únicos múltiplos de 93, con tres cifras que no contienen el 4, ni el 5, son:

$$93 \times 2 = 186$$

$$93 \times 3 = 279$$

$$93 \times 4 = 372$$

$$93 \times 9 = 837$$



5. En total son 8 números y éstos son: 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89. Veamos:

■ $12 + 9 = 21,$

■ $56 + 9 = 65,$

■ $23 + 9 = 32,$

■ $67 + 9 = 76,$

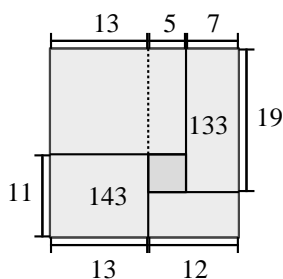
■ $34 + 9 = 43,$

■ $78 + 9 = 87,$

■ $45 + 9 = 54,$

■ $89 + 9 = 98.$

6. Dado que el área del cuadrado es 625cm^2 , cada lado del cuadrado mide 25cm . Ahora descomponiendo las áreas dadas de los rectángulos tenemos que: $143 = 11 \times 13$ y $133 = 7 \times 19$. De esta manera cada lado del cuadrado sombreado mide 5cm y por lo tanto su área es 25cm^2 .



2.4. Problemas propuestos en la fase de Entrenamiento

2.4.1. Álgebra y Lógica

1. El maestro de una obra desea construir un muro rectangular de $24m$ de ancho y $9m$ de alto con dos tipos de ladrillos. El muro será construido de la siguiente forma:

*En la primera fila (la del suelo), todos los ladrillos serán grises.

*En la segunda fila, todos los ladrillos serán grises excepto uno.

*En la tercera fila, todos los ladrillos serán grises excepto dos. Así sucesivamente.

Si un ladrillo gris pesa $10Kg$, un ladrillo blanco pesa $6Kg$ y si todos los ladrillos miden $80cm$ de ancho y $60cm$ de alto.

a) ¿Cuál es el peso de los ladrillos usados en la construcción del muro?

b) Si la distribución de los ladrillos fuera al contrario, es decir donde va un ladrillo gris se pone uno blanco y donde va un ladrillo blanco se pone uno gris ¿Cuál es el peso de los ladrillos usados en la construcción del muro?

c) ¿Cuál muro será más pesado?. Explíque.

2. Néstor, Ana y Javier se pesan en una balanza y pesan también a su perro Koqui. Ana y Néstor juntos pesan mas que Javier, pero Javier junto con koqui pesa lo mismo que Ana y Néstor juntos.

Si Ana pesa $20Kg$, Néstor pesa $4Kg$ mas que Ana y Néstor, Ana y Javier juntos pesan $84Kg$ ¿Cuánto pesa Koqui?

3. Juan le dio las siguientes instrucciones a su hermano menor:

1. Piensa un número.

2. Réstale 3.

3. Multiplícalo por 2.

4. Réstale 4.

5. Réstale el número que habías pensado.

6. Dime ¿Qué resultado te dio?

Su hermano le contestó 38. Después de escuchar esto, Juan supo cuál era el número que había pensado su hermano.

¿Qué número pensó el hermano de Juan?

4. En un salón de clases con 30 estudiantes se conformaron los equipos de baloncesto, fútbol y voleibol, de tal manera que:

*5 estudiantes no se inscribieron en ningún equipo.

*Los estudiantes que jugarán voleibol no se inscribieron en otro deporte.

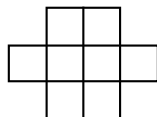
*La mitad de los estudiantes jugará baloncesto.

*Hay 7 estudiantes que jugarán baloncesto y fútbol.

*La tercera parte de los estudiantes que jugarán un sólo deporte corresponde al número de estudiantes que jugarán voleibol.

¿Cuántos estudiantes jugarán voleibol? y ¿Cuántos jugarán fútbol?

5. Escribe en cada casilla un número del 1 al 8, todos distintos, de manera que ninguno tenga un consecutivo con él, ni en vertical, ni en horizontal, ni en diagonal.



6. En un lugar 6 personas hablan español, 7 inglés y 5 portugués. De estas, sólo una habla los 3 idiomas. De las demás, 2 personas saben español e inglés, 3 personas inglés y portugués y 1 español y portugués. ¿Cuántas personas había en total en ese lugar?

7. Un helado y un perro caliente cuestan 5.000. Dos helados y tres perros calientes cuestan 12.000. ¿Cuánto cuesta un perro caliente?

8. En una exposición de animales, se encontraban en un mismo sitio las avestruces y las ovejas. Manuel contó 60 cabezas y Carolina contó 192 patas ¿Cuántos animales de cada clase hay?

2.4.2. Teoría de Números y combinatoria

1. En la cafetería de la escuela ofrecen bebidas y amasijos. Las bebidas son: té, café, avena y chocolate, que se pueden tomar con azúcar o sin azúcar. Los amasijos son de almojábana o croissant. Valeria quiere elegir una bebida y un amasijo. ¿De cuántas maneras puede hacerlo? Indica cuáles son.

2. Se tienen las siguientes fichas.



Agrupando las etiquetas de dos en dos:

- ¿Cuántos números múltiplos de 3 se pueden formar? Escríbelos.
- ¿Cuántos números múltiplos de 4 se pueden formar? Escríbelos.
- ¿Cuántos números pares se pueden formar? Escríbelos.

3. En un campeonato de fútbol participan 6 equipos. Cada equipo debe enfrentar a todos los demás como local. ¿Cuántos partidos, en total, se deben jugar en este torneo?

4. Entre los múltiplos de 3 comprendidos entre 4 y 401, ¿cuántos múltiplos de 5 hay?

5. Al detective Gadget le han enviado en un telegrama un mensaje con la clave para abrir la caja fuerte donde se encuentran los documentos secretos. El mensaje dice lo siguiente:

La clave es el menor número que se puede dividir exactamente por todos los números del 1 al 9.

Explica cómo obtendrías el número de la clave que tendría que utilizar el detective

6. Completa la serie

$$100 \rightarrow 99 \rightarrow 95 \rightarrow 86 \rightarrow 70 \rightarrow \bigcirc \rightarrow \bigcirc$$

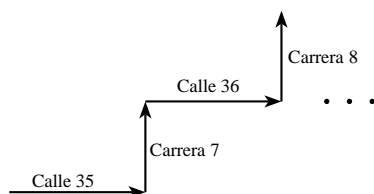
7. Hay números, como 360, que al dividirlos por 23 dan un cociente igual al residuo. ($360 \div 23$ tiene cociente 15 y residuo 15). Busca todos los números menores que 100 con esta propiedad al ser divididos por 23.

8. El número 401 es un número de tres dígitos y la suma de sus dígitos es $4 + 0 + 1 = 5$. ¿Cuántos números de tres dígitos, incluyendo el número 104, tiene la propiedad de que la suma de sus dígitos sea 5?

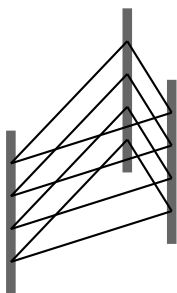
9. Es un número impar de 4 cifras. Empezando por la cifra de las unidades, cada cifra es la mitad de la inmediatamente superior ¿Cuál es el número?

2.4.3. Geometría

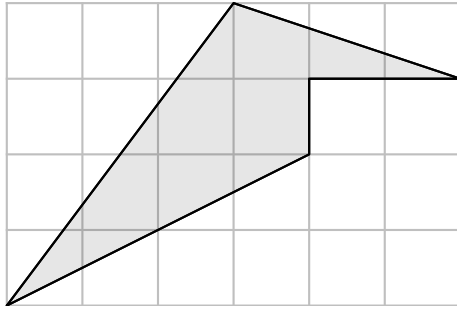
1. Carlos intentó fugarse de las autoridades de tránsito, recorriendo en su vehículo las calles de la ciudad, siguiendo la secuencia que se muestra en la siguiente figura. Se sabe que en la ciudad cada tramo de calle tiene 50 metros, mientras que cada tramo de carrera tiene 30 metros. Según el reporte de las autoridades de tránsito, la fuga inició en la esquina de la calle 35 con carrera 6, y el vehículo fue detenido luego de haber recorrido 2012 metros. ¿En qué dirección fue detenido el vehículo? ¿Sucedió en una esquina, en una calle o en una carrera?



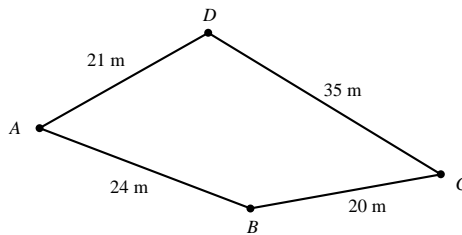
2. En un campo, para cercar un corral triangular con cuatro hileras de alambre, se usaron 420 metros de alambre. El triángulo, que es isósceles, tiene dos lados iguales que miden, cada uno, el doble de lo que mide el otro. Hallar la longitud de cada lado del corral.



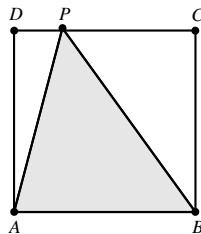
3. En la siguiente rejilla cada cuadrícula tiene área de 4 cm^2 . ¿Cuál es el área de la región sombreada?



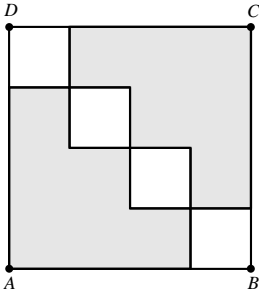
4. Sergio y Andrés deciden recorrer la pista $ABCD$ partiendo simultáneamente desde el punto A . Andrés, quien es tres veces más lento que Sergio, recorre la pista en el sentido de las manecillas del reloj, es decir en dirección al punto D , mientras que Sergio lo hace en sentido contrario, es decir en dirección al punto B . Si ambos hacen el recorrido siempre con la misma velocidad, ¿en qué lado del cuadrilátero se encontrarán y cuánta distancia habrá recorrido Sergio?



5. En la siguiente figura, $ABCD$ es un cuadrado. Si el área del triángulo es 18 ¿cuál es el área del cuadrado?



6. Si $ABCD$ es un cuadrado con área 64 cm^2 , ¿cuál es el área de la región sombreada, si se sabe que la región no sombreada en el interior del cuadrado consta de cuatro cuadrados?



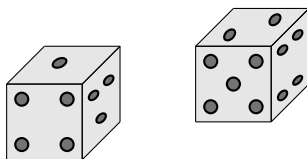
Capítulo 3

Nivel Avanzado

3.1. Prueba Clasificatoria

3.1.1. Prueba Clasificatoria: 7 de Septiembre

1. Al lanzar dos dados, uno azul y uno rojo, ¿cuántas posibilidades hay de que la suma de los dos números sea mayor que 6?



- a) 6 (b) 12 (c) 15 (d) 21 (e) 36

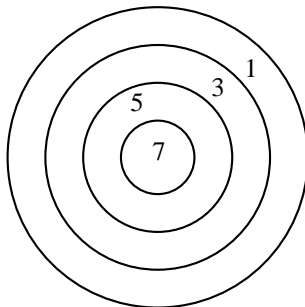
2. En la siguiente sucesión de números naturales, ¿cuál es el número que falta en el círculo?



- (a) 9 (b) 11 (c) 15 (d) 17 (e) 21

3. Leticia lanza cuatro dardos al blanco. Cada uno de los dardos da en el blanco y ninguno de ellos cae sobre alguna de las líneas de división. ¿Cuál de los siguientes

resultados puede obtener Leticia si se suma cada número obtenido al lanzar los cuatro dardos?



- (a) 19 (b) 22 (c) 30 (d) 25 (e) 13

4. Cinco personas que asistieron a una reunión se saludan entre sí con un apretón de manos. ¿Cuántos apretones de manos tuvieron lugar?

- (a) 5 (b) 7 (c) 9 (d) 10 (e) 20

5. El maestro dijo: “tomen el dígito a , multiplíquelo por 9 y el producto obtenido súmenle 3”. Hernando, que no estaba poniendo suficiente atención, tomó el dígito que el maestro dio, pero cambió el orden de las operaciones: le sumó primero 9 y a la suma obtenida la multiplicó por 3. Sin embargo, obtuvo el mismo resultado. ¿De cuál dígito se trata?

- (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 9

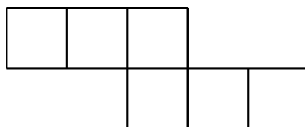
6. En el problema de multiplicación que aparece abajo A , B y C representan dígitos diferentes, ABC es un número de tres dígitos. ¿Cuál es el número de tres dígitos?

$$\begin{array}{r}
 A \quad B \quad C \\
 \times D \\
 \hline
 2 \quad 9 \quad 4 \quad 3
 \end{array}$$

- (a) 317 (b) 327 (c) 339 (d) 319 (e) 329

7. La figura que se muestra consiste de 6 cuadrados del mismo tamaño. El Área de la figura es de 384 centímetros cuadrados. ¿Cuál es el perímetro de la figura, en centíme-

tros?

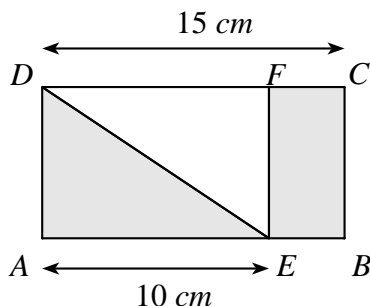


- (a) 84 (b) 96 (c) 112 (d) 126 (e) 132

8. El mes de enero del año en que nació mi papá hubo exactamente cuatro lunes y cuatro viernes. ¿Qué día de la semana fue el primero de enero de ese año?

- (a) Lunes (b) Martes (c) Miércoles (d) Jueves (e) Viernes

9. En el rectángulo $ABCD$ se tiene que: la longitud de CD es 15 cm , la longitud de BC es 10 cm y la longitud de AE es 10 cm . Encuentre el Área total en cm^2 de la región sombreada.



- (a) 50 (b) 100 (c) 150 (d) 200 (e) 2500

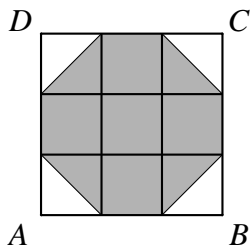
10. El Área de un rectángulo es 24 cm^2 . Las longitudes de los lados, medidas en centímetros son números enteros. Para que el rectángulo tenga el mayor perímetro, las longitudes (en centímetros) deben ser:

- (a) 3 y 8 (b) 4 y 24 (c) 2 y 12 (d) 6 y 4 (e) 24 y 1

11. Cada una de las edades de Margarita, Manuela y Mariana es un número primo. Margarita es la más joven. La suma de las edades de Margarita y Manuela es igual a la edad de Mariana. ¿Cuántos años tiene Margarita?

- (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 7

12. El cuadrado $ABCD$ se ha dividido en 9 cuadrados iguales, como se muestra en la figura. El Área de la región sombreada es 7 cm^2 . ¿Cuál es el Área del cuadrado $ABCD$ en centímetros cuadrados?



(a) 18

(b) 16

(c) 14

(d) 9

(e) 7

3.1.2. Solución

1. En la siguiente tabla se muestran los posibles resultados favorables, es decir que suman más de 6 entre los números que muestran los dados rojo y azul.

Rojo	Azul	N° Combinaciones
1	6	1
2	6-5	2
3	6-5-4	3
4	6-5-4-3	4
5	6-5-4-3-2	5
6	6-5-4-3-2-1	6

Así en total hay $6+5+4+3+2+1=21$ posibilidades de sacar más de 6 al lanzar los dados rojo y azul.

2. Notemos que el segundo término de la sucesión es $1 + 2 = 3$, el tercer término es $3 + 4 = 7$. Esto es, para obtener el segundo término le sumo 2 al primero, para obtener el tercer término de la sucesión sumo 4 al segundo término y así sucesivamente. Así, para obtener el cuarto término de la sucesión se le suma 8 al tercer término de la sucesión, esto es $7 + 8 = 15$. Veamos que $15 + 16 = 31$, cumpliendo con el patrón identificado. Por tanto el término faltante en la sucesión es 15.

3. Puesto que $7 + 7 + 7 + 1 = 22$ podemos concluir que de las opciones, el 22 se puede escribir como suma de cuatro posibles resultados del tiro al blanco. Es fácil ver que ninguna de las otras opciones se puede expresar como la suma de cuatro posibles resultados del tiro al blanco, esta verificación queda para el lector.

4. En esta tabla se muestra el número de saludos que tienen lugar en la reunión, por ejemplo en la primera columna se muestra que la persona P1 saluda a cuatro personas, la persona P2 saluda a tres personas, la persona P3 saluda a dos personas y la persona P4 saluda a una personas.

P1	P2	P3	P4
P2	P3	P4	P5
P3	P4	P5	
P4	P5		
P5			

Así se dan 10 apretones de mano en la reunión.

5. Llamemos a al dígito desconocido, por las condiciones proporcionadas tenemos que $9a + 3 = (a + 9) \times 3$, $3a + 27 = 9a + 3$, $24 = 9a - 3a$, $24 = 6a$, $a = 4$. El dígito que cumple con esta condición es el cuatro.

6. Sabemos que el número 3 es la última cifra de $C \times D$ luego, si $C = 7$ entonces $D = 9$ y si $C = 9$ entonces $D = 7$.

Si $ABC = 317$ entonces $D = 9$, pero $317 \times 9 = 2853$. No cumple.

Si $ABC = 327$ entonces $D = 9$, pero $327 \times 9 = 2943$. Si cumple.

Si $ABC = 339$ entonces $D = 7$, pero $339 \times 7 = 2373$. No cumple.

Si $ABC = 319$ entonces $D = 7$, pero $319 \times 7 = 2233$. No cumple.

Si $ABC = 329$ entonces $D = 7$, pero $329 \times 7 = 2303$. No cumple.

Luego la respuesta correcta es $ABC = 327$.

7. Dado que la figura está compuesta de 6 cuadrados del mismo tamaño, el área de cada uno es $A_c = 384/6 = 64 \text{ cm}^2$. Luego cada lado de un cuadrado mide 8 cm .

Como el perímetro de la figura está formado por 14 lados de cuadrados del mismo tamaño, entonces el perímetro $P = 14 \times 8 = 112 \text{ cm}$.

8. Tengamos en cuenta que enero tiene en total 31 días. Sabemos que desde un día cualquiera de la semana hasta justo antes de que haya aparecido por quinta vez han transcurrido 4 semanas, es decir 28 días. Por lo que se repetirían 5 veces los tres días anteriores hasta completar los 31 días.

De acuerdo a lo anterior, el primero de enero debe ser al menos tres días antes del lunes y del viernes, sin involucrar alguno de ellos.

Si contamos tres días antes del lunes abarcaríamos los días domingo, sábado y viernes, por lo cual se repetiría el viernes 5 veces.

Si contamos tres días antes del viernes abarcaríamos los días jueves, miércoles y martes. Por lo cual sólo se repetirían 5 veces estos tres últimos días.

Así, el primero de enero fue Martes.

9. Observe que el área de la región sombreada es la diferencia de el área del rectángulo $ABCD$ y el triángulo DEF . Es decir, $A_s = A_{ABCD} - A_{DEF}$. Pero $A_{ABCD} = 15 \times 10 = 150 \text{ cm}^2$ y $A_{DEF} = \frac{DF \times FE}{2} = \frac{AE \times BC}{2}$ puesto que $DF = AE$ y $BC = EF$. Así,

$$A_{DEF} = \frac{AE \times BC}{2} = \frac{10 \times 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto $A_s = A_{ABCD} - A_{DEF} = 150 - 50 = 100 \text{ cm}^2$

10. Dado que el área es el producto de las longitudes de la base y la altura, sólo tenemos en cuenta aquellas opciones en las cuales el producto resulte 24. Por lo tanto descartamos la opción (b). Además, el perímetro está compuesto por dos bases y dos alturas, luego los perímetros respectivos serán:

En la opción (a) $3 \times 2 + 8 \times 2 = 22$.

En la opción (c) $2 \times 2 + 12 \times 2 = 28$.

En la opción (d) $6 \times 2 + 4 \times 2 = 20$.

En la opción (e) $24 \times 2 + 1 \times 2 = 50$.

De donde se deduce que el mayor perímetro se obtiene con la opción (e).

11. Sabemos que la suma de dos números impares es un número par. Por lo tanto si la edad de Mariana es un número primo, debe ser la suma de un primo par y un primo impar, pero el único primo par es el 2 y es el menor de todos, luego 2 es la edad de Margarita.

12. Se observa que la región sombreada equivale a 7 cuadraditos, por lo tanto cada uno tiene área 1 cm^2 . Como el cuadrado grande está compuesto por nueve de estos, su área es 9 cm^2 .

3.2. Prueba Selectiva

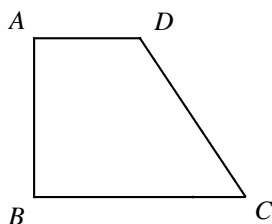
3.2.1. Prueba Selectiva: 6 de Octubre

1. Un bus de metrolínea parte de Floridablanca con 73 pasajeros entre hombres y mujeres. Para en varias estaciones; cada vez que para, bajan 2 hombres y sube una mujer. Al llegar al final del recorrido hay, en total, 63 pasajeros, en este momento el número de mujeres es la mitad del número de hombres.

¿Cuántos hombres y mujeres había, respectivamente, en el bus cuando partió de Floridablanca?

- (a) 62 y 11 (b) 42 y 31 (c) 60 y 13 (d) 49 y 24 (e) 52 y 21.

2. El trapecio rectángulo $ABCD$ tiene 192 cm^2 de área. $AB = BC$ y $BC = 2AD$. ¿Cuál es el área del triángulo ABC ?

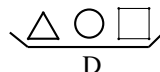


- (a) 32 cm^2 (b) 64 cm^2 (c) 96 cm^2 (d) 128 cm^2 (e) 144 cm^2 .

3. Con los dígitos 1,2,3,4 se forman números de tres cifras. ¿Cuántos números diferentes pueden formarse sin repetir cifras que sean múltiplos de 3?

- (a) 60 (b) 24 (c) 20 (d) 12 (e) 6.

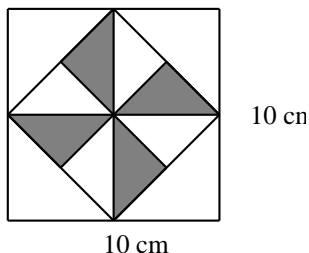
4. Las tres bandejas A, B y C están en orden creciente de su peso.



Para mantener este orden, la bandeja D debe colocarse:

- (a) Entre A y B (b) Entre B y C (c) Delante de A
 (d) Después de C (e) D y C pesan lo mismo.

5. El área de la región sombreada en la siguiente figura es:



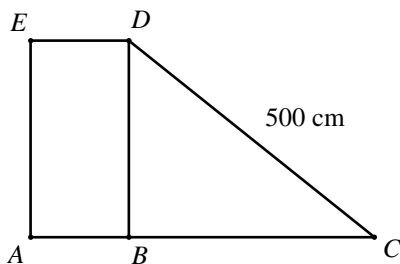
- (a) 50 cm^2 (b) 25 cm^2 (c) $12,5 \text{ cm}^2$ (d) $7,25 \text{ cm}^2$ (e) Ninguna.

6. Pedro tiene 30 años de edad. Si la edad de su tío es la suma de los divisores positivos de la edad de Pedro ¿Cuál es la edad del tío de Pedro?

- (a) 10 (b) 11 (c) 41 (d) 62 (e) 72.

7. El señor Pérez gastó \$ 280.000 en la compra de ropa y zapatos. Gastó una cuarta parte en zapatos. Con el resto compró una camisa a \$ 45.000, un saco a \$ 75.000 y un pantalón. ¿Cuanto pagó por el pantalón?

8. El polígono $ACDE$ tiene 1400 cm de perímetro. $ABDE$ es un rectángulo. $CD = 500 \text{ cm}$. $AB = \frac{1}{4}BC$ y $BD = 3AB$. ¿Cuál es el perímetro del triángulo BCD ?



9. En una tienda de ropa deportiva, se deben vestir dos maniqués, uno con ropa de hombre y otro con ropa de mujer. Les pueden poner uniformes de color: rojo, verde o azul y zapatillas de color: negro, blanco o marrón. ¿De cuántas maneras pueden quedar vestidos los dos maniqués?

3.2.2. Solución

1. Sea m el número de mujeres y h el número de hombres, se tiene que $m + h = 63$ y $2m = h$, de donde $m + 2m = 63$ y así $m = 21$ y $h = 42$. El bus hace 10 paradas, entonces el número de mujeres y de hombres en floridablanca es respectivamente m_f y h_f así: $m_f = m - 10 = 11$ y el número de hombres es: $h_f = h + 20 = 62$. Entonces la respuesta correcta es la (a).

2. Utilizando la fórmula del área del trapecio en $ABCD$ tenemos que:

$$192 = \frac{(BC + AD) \times AB}{2} = \frac{(2AD + AD) \times 2AD}{2}$$

$$192 = 3AD^2$$

$$64 = AD^2$$

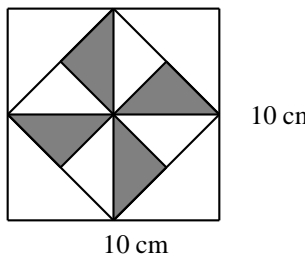
$$AD = 8$$

Por lo tanto $AB = BC = 16$, así el área de ABC es $\frac{AB \times BC}{2} = 64$. Entonces la respuesta correcta es la (b).

3. Escogemos primero los subconjuntos de tres elementos que dan lugar a números múltiplos de 3: $\{1, 2, 3\}$, $\{2, 3, 4\}$, estos son 2 subconjuntos. Ahora obtenemos todas las permutaciones de los tres elementos que es igual a $3! = 6$ por cada subconjunto. Por lo tanto habrán en total $2 \times 3! = 12$ números de tres cifras que son múltiplos de 3. Entonces la respuesta correcta es la (d).

4. Como B es más pesado que A quiere decir que los círculos son más pesados que los triángulos, de forma equivalente para B y C teniendo en cuenta el resultado anterior podemos ver que los cuadrados son más pesados que los círculos. Por lo tanto la bandeja D debe ir entre A y B , entonces la respuesta correcta es la (a).

5. Consideremos la siguiente figura:



Note que el área de la región sombreada A_s es $\frac{1}{4}$ del área del cuadrado externo, que corresponde a 100 cm^2 . Así:

$$A_s = \frac{1}{4} (100) = 25 \text{ cm}^2$$

Luego la respuesta correcta es la (b).

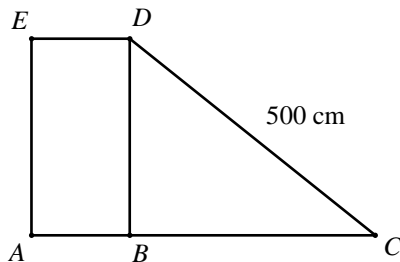
6. Los divisores positivos de 30 son: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. Luego la edad del tío de Pedro es: $1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 10 + 15 + 30 = 72$.

Entonces la respuesta correcta es la (e).

7. El señor Pérez pagó por ropa y zapatos \$280.000, la cuarta parte la gastó en zapatos, es decir $\frac{1}{4}(280.000)=70.000$. Con el resto $280.000-70.000=210.000$ Compró una camisa a 45.000, un saco a 75.000 y un pantalón, entonces el precio del pantalón es:

$$210.000 - 45.000 - 75.000=90.000$$

8. Observemos la siguiente figura:



Llamemos χ al lado BC , es decir $\chi = BC$. Entonces:

$$AB = ED = \frac{1}{4}\chi \quad y \quad BD = AE = 3AB = \frac{3}{4}\chi$$

Puesto que el perímetro del polígono $ACDE$ es 1400 cm entonces:

$$\frac{3\chi}{4} + \frac{\chi}{4} + \frac{\chi}{4} + \chi + 500 = 1400$$

De lo cual obtenemos que $\frac{9}{4}\chi = 900$, por lo tanto $\chi = 400$. De donde, $BC = 400 \text{ cm}$, $BD = \frac{3}{4}(400) = 300$. Entonces, el perímetro del triángulo BCD es $BC + CD + DB = 400 + 500 + 300 = 1200 \text{ cm}$.

9. Cada maniquí puede vestirse de $3 \times 3 = 9$ formas, así que los dos maniqués se pueden vestir de $9 \times 9 = 81$ maneras.

3.3. Prueba Final

3.3.1. Resultados

Cuadro de Resultados				
Nombre	Colegio /Institución	Municipio	Posición	Mención
González Duarte Cristhian Alejandro	Santa Isabel de Hungría	Floridablanca	1	Oro
Castellanos Parra Laura Isabel	Liceo Patria	Bucaramanga	2	Plata
Flórez Castellanos Juan Diego	Liceo Patria	Bucaramanga	3	Bronce
Fuentes Beltrán Juan Felipe	Escuela Normal Superior	Málaga	4	
Paredes Brijaldo Víctor Alfonso	Fundación Colegio UIS	Floridablanca	5	
Rincón Munevar Julian Fernando	Gimnasio Pedagógico Comfenalco	Bucaramanga	6	
Angarita Pérez Jorge Eduardo	Santa Isabel de Hungría	Floridablanca	7	
González Capacho Juan Jose	Gimnasio Pedagógico Comfenalco	Bucaramanga	8	
Rueda Centeno Juan David	Gimnasio Pedagógico Comfenalco	Bucaramanga	9	
Guarin Ibáñez Juan Sebastián	Instituto San José de la Salle	Bucaramanga	10	

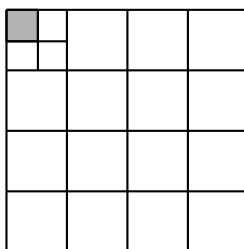
3.3.2. Prueba Final: 10 de Noviembre

1. Un semáforo tarda 45 segundos en verde, 4 en amarillo, y 30 en rojo, sigue el orden verde - amarillo - rojo - verde - amarillo - rojo, etc. Si a las 7:00 am cambia de rojo a verde, el color con que estará el semáforo a las 14:34 horas es:

2. ¿A qué es igual la siguiente operación?

$$\frac{100 - 99 + 98 - 97 + \dots + 2 - 1}{50}$$

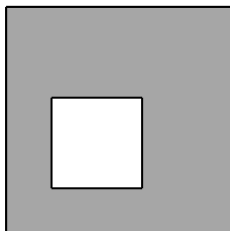
3. El lado del cuadrado GRIS mide 2 cm. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado grande?



4. La edad de María es 30 años y la de su hermano Juanito es el mayor número que se obtiene al sumar dos divisores primos distintos de la edad de María. ¿Cuál es la edad de Juanito?

5. ¿Cuántos conjuntos de 3 números naturales positivos hay de manera que la suma de sus elementos sea 15? ¿Cuáles son?

6. En la figura, el área de la región sombreada es 21 cm^2 y el perímetro del cuadrado grande es 20 cm. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño?



3.3.3. Solución

1. Si consideramos un ciclo como el orden verde-amarillo-rojo, entonces el semáforo tarda en dar un ciclo $45 + 4 + 30 = 79$ segundos. De 7 : 00 am a las 14 : 34 horas habrán pasado 7 horas y 34 minutos, es decir, 27.240 segundos. Durante ese tiempo habrán ocurrido 344 ciclos y sobrarán 64 segundos, de los cuales en los primeros 45 segundos el semáforo habrá estado de color verde, en los otros 4 segundos, de color amarillo y por último en los 15 segundos restantes el semáforo habrá estado de color rojo. Por lo tanto, el color con que estará el semáforo a las 14 : 34 horas será rojo.

2. Agrupando por parejas de números tenemos 50 parejas así:

$$\frac{(100 - 99) + (98 - 97) + \dots + (2 - 1)}{50} = \frac{1 + 1 + \dots + 1}{50} = \frac{50}{50} = 1$$

3. De acuerdo a la figura, el cuadrado grande está conformado por 16 cuadrados iguales más pequeños. El lado de estos cuadrados mide el doble del lado del cuadrado gris, es decir, 4 *cm*. Así, la medida del lado del cuadrado grande es el cuadrúpulo de 4 *cm*, es decir, 16 *cm* y por lo tanto, el perímetro del cuadrado grande es $16 \times 4 = 64$ *cm*.

4. Descomponiendo la edad de María en sus factores primos obtenemos que $30 = 2 \times 3 \times 5$. Así, el mayor número que se obtiene al sumar dos divisores primos distintos de la edad de María es $5 + 3 = 8$. Luego, la edad de Juanito es 8 años.

5. Si incluimos el 0 dentro de los números naturales, hay 19 conjuntos los cuales son:

- | | |
|--------------|--------------|
| 1. {0,1,14} | 11. {1,5,9} |
| 2. {0,2,13} | 12. {1,6,8} |
| 3. {0,3,12} | 13. {2,3,10} |
| 4. {0,4,11} | 14. {2,4,9} |
| 5. {0,5,10} | 15. {2,5,8} |
| 6. {0,6,9} | 16. {2,6,7} |
| 7. {0,7,8} | 17. {3,4,8} |
| 8. {1,2,12} | 18. {3,5,7} |
| 9. {1,3,11} | 19. {4,5,6} |
| 10. {1,4,10} | |

Si no incluimos el 0 dentro de los números naturales, los conjuntos son los mismos pero descartamos los primeros siete. Por lo tanto, habrán 12 conjuntos.

6. Puesto que el perímetro del cuadrado grande es 20 *cm* entonces cada lado del cuadrado grande mide 5 *cm* y su área corresponde a 25 cm^2 . Por lo tanto, el área del cuadrado pequeño será igual a $25\text{cm}^2 - 21\text{cm}^2 = 4\text{cm}^2$.

3.4. Problemas propuestos en la fase de Entrenamiento

3.4.1. Álgebra y Lógica

1. Dos de estas cajas están vacías, en las restantes hay un chicle, un caramelo y un bombón. Si todos los enunciados son falsos y en cada caja hay a lo sumo una golosina; ¿En qué caja está el bombón?

A)	B)	C)	D)	E)
El bombón está aquí	El bombón está en C	La caja B está ocupada	El caramelo está en A	Esta caja no está vacía

2. Unos piratas que desembarcaron en la isla chiquita, en medio del mar de los tiburones hambrientos, encontraron estas indicaciones para hallar un tesoro: "Desde este lugar hay que caminar 100 pasos hacia el norte, luego 500 pasos hacia el este, después 300 pasos hacia el sur, luego 500 pasos hacia el oeste y finalmente 200 pasos hacia el norte. Allá está enterrado el tesoro". Pero la isla chiquita solo mide 80 pasos de un extremo al otro.

¿Cómo hicieron los piratas para encontrar el tesoro?

3. Dos trenes se desplazan por las mismas vías en direcciones opuestas, de tal forma que en algún momento chocaran. Uno de ellos viaja a 315 Km/h y el otro a 200 Km/h.

¿Qué distancia separa a los dos trenes dos minutos antes de la colisión?

4. Se tienen 9 monedas, una de ellas es falsa y pesa menos que las otras. Con una balanza, sin usar pesas, ¿Cómo puedes encontrar la moneda falsa con sólo dos pesadas?

5. El maestro de una obra desea construir un muro rectangular de $24m$ de ancho y $9m$ de alto con dos tipos de ladrillos. El muro será construido de la siguiente forma:

*En la primera fila (la del suelo), todos los ladrillos serán grises.

*En la segunda fila, todos los ladrillos serán grises excepto uno.

*En la tercera fila, todos los ladrillos serán grises excepto dos. Así sucesivamente.

Si un ladrillo gris pesa $10Kg$, un ladrillo blanco pesa $6Kg$ y si todos los ladrillos miden $80cm$ de ancho y $60cm$ de alto.

- a) ¿Cuál es el peso de los ladrillos usados en la construcción del muro?
- b) Si la distribución de los ladrillos fuera al contrario, es decir donde va un ladrillo gris se pone uno blanco y donde va un ladrillo blanco se pone uno gris ¿Cuál es el peso de los ladrillos usados en la construcción del muro?
- c) ¿Cuál muro será más pesado?. Explique.

6. En cada caso, mueve un solo fósforo para formar una igualdad.

a) $\vee \cdot \cdot \mid \rightarrow \cdot \cdot \vee \equiv \cdot \cdot \times$

b) $\vee \equiv \cdot \cdot \mid + \vee \cdot \cdot \cdot$

c) $\mid \rightarrow \cdot \cdot \cdot \equiv \cdot \cdot \mid$

d) $\vee \cdot \cdot \cdot \equiv \mid \rightarrow \vee$

7. Santiago fue a la panadería a comprar churros y donas, cada dona cuesta 450 pesos y cada churro cuesta 150 pesos. Por error el señor panadero le cobró las donas con el precio de los churros y los churros con el precio de las donas. En total Santiago pagó 1500 pesos menos de lo que debía pagar. Si Santiago compró 7 churros ¿Cuántas donas compró?

8. Un semáforo tarda 45 segundos en verde, 4 en amarillo y 30 en rojo, y sigue el orden verde - amarillo - rojo - verde - amarillo - rojo, etc. Si a las 7:00 am cambia de rojo a verde, el color con que estará el semáforo a las 9:30 am es.

3.4.2. Teoría de Números y Combinatoria

1. ¿Qué número falta en la siguiente secuencia?

(8 20 5)

(4 14 7)

(3 9 6)

(5 30 ?)

2. Alfredo se encuentra enfermo, por lo que decide visitar al médico y este le receta que tome una cápsula cada 9 horas y una pastilla cada 7 horas. Si ambos medicamentos los tomó juntos el lunes al medio día, ¿qué día y a qué hora volverá a tomar ambos medicamentos juntos?

3. Efectúa

$$\underbrace{\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \cdots + \frac{1}{100}}_{100 \text{ sumandos}} + 100$$

4. Al dividir un número de 3 cifras entre el número formado por sus dos últimas cifras se obtienen 34 de cociente y 7 de residuo. Encuentre la suma de los cuadrados de los dígitos que forman dicho número.

5. Calcule la suma de todas las fracciones irreducibles con denominador 12, comprendidas entre $\frac{1}{6}$ y $\frac{3}{4}$.

6. Pedro tiene 20 bolas de distintos colores: amarillas, azules, rojas y verdes. 17 no son verdes, 5 son rojas y 12 no son amarillas. ¿Cuántas bolas azules tiene Pedro?

7.Cuál es el número que sigue:

$$0 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow \bigcirc$$

8. Los números 1, 2, 3, 4 y 5 se colocan en la figura de modo que solo aparezcan una vez en cada fila, una vez en cada columna y una vez en cada diagonal.

1				
	2		5	
		3	L	1
				3
	3		1	P

¿Cuál es el valor de $L + P$?

9. Tres amigos, se ubican en una fila. El primero dice 3, el segundo dice 6, el tercero dice 9, el primero dice 12 y siguen contando de 3 en 3. Carlos dice 27, Diego el 75 y Ana el 42. ¿Quién dice el 2013 si siguen contando en el mismo orden?

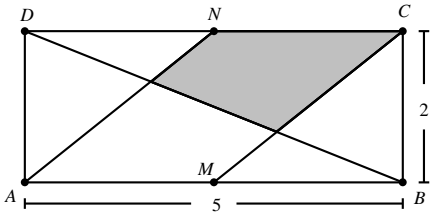
10. Lucía le da a cada uno de sus libros una clave de tres letras utilizando el orden alfabético: AAA, AAB, AAC, ..., AAZ, ABA, ABB, ABC, etc. Considerando el alfabeto de 26 letras y que Lucía tiene 2203 libros, ¿cuál fue el último código que Lucía utilizó en su colección? Explica por qué.

Alfabeto utilizado por Lucia

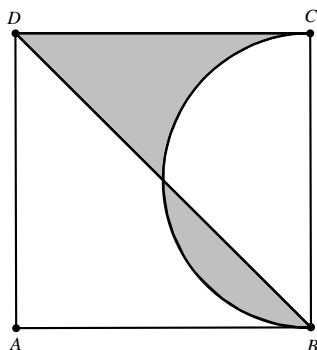
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

3.4.3. Geometría

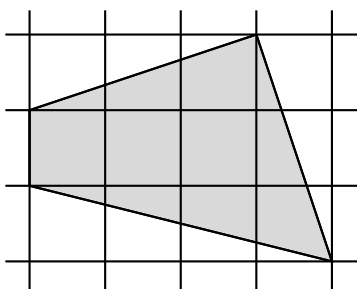
1. Sea $ABCD$ un rectángulo, si M y N son puntos medios de AB y CD respectivamente, ¿Cuánto es el área de la región sombreada?



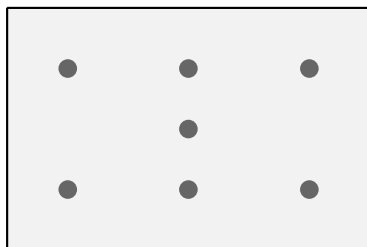
2. En la siguiente figura $ABCD$ es un cuadrado con 12 cm de perímetro, se construyó el semicírculo BC para formar la región sombreada, ¿Cuál es el área de dicha región?



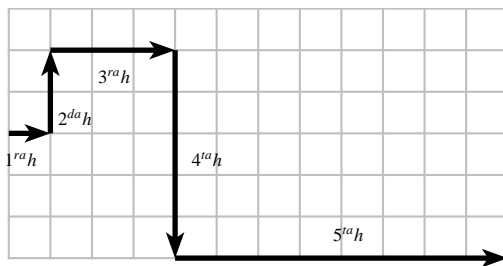
3. En la siguiente rejilla cada cuadrícula tiene área de 4 cm^2 . ¿Cuál es el área de la región sombreada?



4. ¿Será posible dividir el siguiente rectángulo en siete regiones, con tres rectas, de modo que en cada región quede un punto?.



5. Se encontró un pequeño insecto en el bosque encantado, que busca el alimento de una manera muy extraña. Cada hora hace recorridos en línea recta y con la misma velocidad, siguiendo la secuencia que se muestra en la siguiente figura, hasta encontrar algo que comer. Luego descansa cerca del lugar y repite la secuencia cuando quiera volver a buscar más alimento.



En un momento determinado el extraño insecto inició la búsqueda de comida, tardando 8 horas y 30 minutos hasta encontrarla. ¿Cuántos metros recorrió el insecto desde que inició el recorrido hasta que encontró el alimento?

Nota: Cada cuadrado de la rejilla tiene 1 m de lado.

6. Un atleta entrena 4 horas diarias, corriendo por el centro de la pista que se ilustra en la siguiente figura. Si cada hora da un total de 10 vueltas a la pista, ¿cuántos kilómetros recorre cada semana?

