

Taller 3. Razones trigonométricas en el plano

Actividad 1

1.1 Responde las siguientes preguntas:

- a) ¿Es verdad que $\cos(\alpha) = \sin(\alpha - 90^\circ)$ para todo ángulo α entre 0° y 360° ? Si tu afirmación es verdadera **demuéstrala**, en caso contrario da un contraejemplo.
- b) ¿Es verdad que $\sin(\alpha) = \cos(\alpha - 90^\circ)$ para todo ángulo α entre 0° y 360° ? Si tu afirmación es verdadera **demuéstrala**, en caso contrario da un contraejemplo.

1.2 Comunicando y compartiendo resultados

Discute los resultados obtenidos con tus compañeros y tu profesor. **Escribe** tus conclusiones en la hoja de trabajo.



Actividad 2

2.1 Abre el archivo T3_Act-2.1.ggb, mueve el punto P en sentido contrario a las manecillas del reloj alrededor de la circunferencia y ten en cuenta la siguiente información.

El ángulo α está determinado por el eje positivo de las x , que llamaremos lado inicial del ángulo, y la semirrecta OP , que llamaremos lado final del ángulo. Estos ángulos los llamaremos ángulos en posición normal. **Por convenio**, si la semirrecta que determina el lado final del ángulo α gira desde el lado inicial en sentido contrario a las manecillas del reloj, decimos que el ángulo es positivo; y si gira desde el lado inicial en sentido de las manecillas del reloj, decimos que es negativo.

Si α es un ángulo en posición normal, $P(x, y)$ es cualquier punto sobre su lado final, diferente de $(0, 0)$, y $r = \overline{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$, entonces las razones trigonométricas para el ángulo α se definen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= \frac{y}{r}; & \cos(\alpha) &= \frac{x}{r}; & \tan(\alpha) &= \frac{y}{x}, \quad x \neq 0; \\ \csc(\alpha) &= \frac{r}{y}, \quad y \neq 0; & \sec(\alpha) &= \frac{r}{x}, \quad x \neq 0; & \cot(\alpha) &= \frac{x}{y}, \quad y \neq 0. \end{aligned}$$

- a) Analiza los signos de las razones trigonométricas $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\tan(\alpha)$ y $\sec(\alpha)$ en cada uno de los cuatro cuadrantes del plano cartesiano. Plantea una **conjetura** al respecto y **explica por qué** es verdadera.

- b) ¿Qué valores toma cada una de las razones trigonométricas $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\tan(\alpha)$ y $\sec(\alpha)$ a medida que varía el ángulo α ? Escribe en tu hoja de trabajo una **conjetura** de lo encontrado y **explica por qué** es verdadera.
- c) ¿Qué ocurre con cada una de las razones trigonométricas $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\tan(\alpha)$ y $\sec(\alpha)$ cuando el ángulo α es igual a 0° , 90° , 180° , 270° y 360° ? **Explica** lo que ocurre **justificando** con argumentos matemáticos.
- d) ¿A qué tienden cada una de las razones trigonométricas $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\tan(\alpha)$ y $\sec(\alpha)$ cuando el ángulo α tiende a 0° , 90° , 180° , 270° y 360° ? **Explica** lo que ocurre **justificando** con argumentos matemáticos.

2.2 Comunicando y compartiendo resultados

Discute los resultados obtenidos con tus compañeros y tu profesor. **Escribe** tus conclusiones en la hoja de trabajo.



Actividad 3

3.1 Abre el archivo T3_Act-3.1.ggb y mueve el punto P en sentido positivo.

- a) ¿Qué relación existe entre $\sin(\alpha)$ y $\sin(-\alpha)$? **Escribe** una conjetura de la relación encontrada. **Explica** por qué es verdadera.
- b) ¿Qué relación existe entre $\cos(\alpha)$ y $\cos(-\alpha)$? **Escribe** una conjetura de la relación encontrada. **Explica** por qué es verdadera.

3.2 Comunicando y compartiendo resultados

Discute los resultados obtenidos con tus compañeros y tu profesor. **Escribe** tus conclusiones en la hoja de trabajo.



Actividad 4

4.1 Abre el archivo T3_Act 4.1.ggb y mueve P en sentido positivo.

- a) Busca relaciones entre los valores de las razones trigonométricas para los ángulos α , $\alpha - 90^\circ$, $90^\circ - \alpha$. **Demuéstralas** utilizando propiedades matemáticas.
- b) ¿Qué relación existe entre $\cos(\alpha)$ y $\sin(\alpha - 90^\circ)$? **Escribe** en la hoja de trabajo una conjetura de la relación encontrada. Explica **por qué** es verdadera.

- c) ¿Qué relación existe entre $\sin(\alpha)$ y $\cos(\alpha - 90^\circ)$? **Escribe** en la hoja de trabajo una conjetura de la relación encontrada. **Explica** por qué es verdadera.

4.2 Comunicando y compartiendo resultados

Discute los resultados obtenidos con tus compañeros y tu profesor. **Escribe** tus conclusiones en la hoja de trabajo.

Actividad 5

- a) Sin usar la calculadora o GeoGebra, encuentra un valor aproximado para $\sin(10^\circ)$.
- b) Encuentra los valores de las otras razones trigonométricas si se sabe que $\cos(\alpha) = -\frac{4}{5}$ y $\tan(\alpha)$ es positiva. ¿Cuál es el valor del ángulo α ? **Justifica** tus respuestas.
- c) Encuentra los valores de las otras razones trigonométricas si se sabe que $\sin(\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\cos(\alpha) = \frac{1}{2}$. ¿Cuál es el valor del ángulo α ? **Justifica** tus respuestas.
- d) ¿Qué significa que $\cos(135^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$?
- e) Si $P(x, y)$ es un punto del plano cartesiano en donde $x > 0$, $y < 0$, ¿cuáles son los posibles valores que toman α y $\tan(\alpha)$? **Justifica** tu respuesta.