LA C^k-TOPOLOGÍA WHITNEY EN EL PROBLEMA DE GENERICIDAD DE HIPERSUPERFICIES CON CMC Y FRONTERA LIBRE NO-DEGENERADAS

Resumen. El primer problema que resolvimos en mi tesis doctoral fue acerca de la genericidad de las hipersuperficies con curvatura media constante (CMC) y frontera libre, no-degeneradas. La notación que usamos es la siguiente: Sea M una variedad diferenciable, de dimensión $n+1$, con frontera suave $\partial M \neq \emptyset$, y Σ una variedad diferenciable, de dimensión n, compacta con frontera suave $\partial\Sigma \neq \emptyset$ y $\varphi : \Sigma \to M$ una inmersión. El grupo de difeomorfismos de Σ actúa libremente sobre el conjunto de los encajamientos (embebimientos) de Σ en M. Denotamos como $[\varphi]$ la clase de equivalencia de φ con respecto a esta acción y como $\mathcal{E}^{\perp}_{\partial,\gamma}(\Sigma, M)$ el conjunto de $[\varphi]$ tales que $\varphi(\Sigma) \cap \partial M = \varphi(\partial\Sigma)$, γ es una métrica en M y φ es un γ-embebimiento ortogonal con CMC. Así, para resolver el probelma tuvimos que demostrar el siguiente Teorema:

Teorema *Sea $Met^k(M)$ el conjunto de los C^k-tensores métricos en M, con $k \geq 2$, $\Gamma \subset Met^k(M)$ un conjunto abierto con una estructura de espacio de Banach separable. Se define el siguiente conjunto:*

$$\mathcal{M} = \{(\gamma, [\varphi]) \in \Gamma \times \mathcal{E}_{\partial}(\Sigma, M) : [\varphi] \in \mathcal{E}^{\perp}_{\partial,\gamma}(\Sigma, M), \varphi \text{ is } \gamma\text{-minimal}\}.$$

Entonces,

(1) *$\mathcal{M}$ es una variedad Banach separable modelada en Γ.*
(2) *$\Pi : \mathcal{M} \to \Gamma$, definido por $\Pi(\gamma, [\varphi]) = \gamma$, es un operador Fredholm con índice 0.*
(3) *γ_0 es un valor crítico de Πsi y sólo si existe un encajamiento γ_0-mínimo $\varphi_0 : \Sigma \to M$ el cual es degenerado.*

Lo que queremos mostrar en el seminario es la caracterización del conjunto Γ y la topolgía que se define en él, la cual le dá el carácter de espacio de Banach y que se denomina la C^k-Topología Whitney.