



Facultad de Ciencias
Escuela de Matemáticas

Tercer Examen
Álgebra Lineal I
Septiembre 7 de 2015
Prof. Javier Camargo

Nombre: _____ Código: _____

Conteste de manera ordenada. No se permite uso de calculadoras ni ningún dispositivo electrónico. Justifique ampliamente sus respuestas.

1. Suponga que $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es una transformación lineal. Entonces:

(I) Si $T(-1, 2, 5) = (1, 2, 3)$ calcule $T(2, -4, -10)$.

(II) Si $T(1, -1, 2) = (1, 1, 1)$ y $T(1, 3, 2) = (-1, 3, 1)$, encuentre $T(1, 5, 2)$.

(III) Si T es sobreyectiva, calcular $\nu(T)$.

2. Sea $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ la transformación lineal definida por:

$$T(x, y, z) = (x + y + 2z, -x + y + z, 2x - 2y - 2z, x - y - z).$$

(I) Encuentre $Nu(T)$ y calcule una base.

(II) Encuentre $\nu(T)$ y $\rho(T)$.

3. Determine cuales de las siguientes transformaciones lineales son inyectivas:

(I) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $T(x, y) = (x - y, 2x - y, x + y)$.

(II) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por $T(x, y, z) = (x, z)$.

(III) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $T(x, y) = (x - y, x - y, x - y)$.

(IV) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $T(x, y, z) = (x + y - z, x + y + z, x + z)$.

4. ¿Puede determinar una transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que

$$Im(T) = \{(x, y, z) : 2x + 3y - 5z = 0\}?$$

Si es posible defínala específicamente, en caso contrario justifique su respuesta.