Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias
Escuela de Matemáticas

Primer Examen
Álgebra Lineal II
Abril 20 de 2017
Prof. Javier Camargo

Nombre: ____ Código: ____________________

Conteste de manera ordenada. No se permite uso de calculadoras ni ningún dispositivo electrónico.

1. *[1.5 puntos]* Una matriz cuadrada A se dice *antisimétrica* si $A^T = -A$.

   a) Muestre que $V = \{A \in M_{2\times 2} \mid A \text{ es antisimétrica}\}$ es un espacio vectorial.

   b) Encuentre la dimensión de V.

2. *[1.5 puntos]* Determine si el conjunto de vectores dado es linealmente dependiente o linealmente independiente. Justifique su respuesta.

   a) $\{(1,-1),(0,1),(1,1)\} \subseteq \mathbb{R}^2$.

   b) $\{1-x, x\} \subseteq P_1$.

   c) $\{1-x, 1+x, 1-x^2\} \subseteq P_2$.

   d) $\left\{ \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -5 \end{pmatrix} \right\}$

3. *[2.0 puntos]* Sea $\Gamma = \{(2,-1,1,0),(-1,2,0,1),(4,1,1,0),(-3,0,0,1)\}$ un conjunto de vectores en $\mathbb{R}^4$.

   a) Determine si Γ es linealmente dependiente o linealmente independiente.

   b) Calcule explícitamente con condiciones el espacio $W = \text{gen}\{\Gamma\}$.

   c) Muestre una base de W y determine su dimensión.

4. *[1.5 puntos]* Sean V un espacio vectorial y H un subespacio vectorial de V. Si $\{v_1, ..., v_k\} \subseteq H$, demuestre que $\text{gen}\{v_1, ..., v_k\} \subseteq H$.