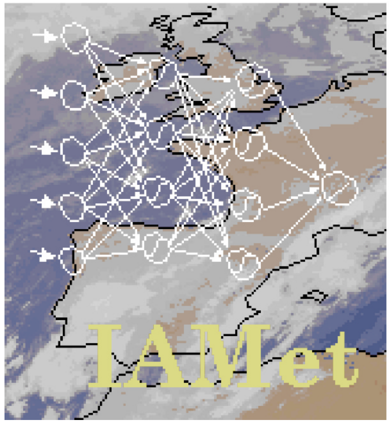
An Hybrid Evolutive-Genetic Algorithm for the Fractal IFS Inverse Problem



UC

CSIC

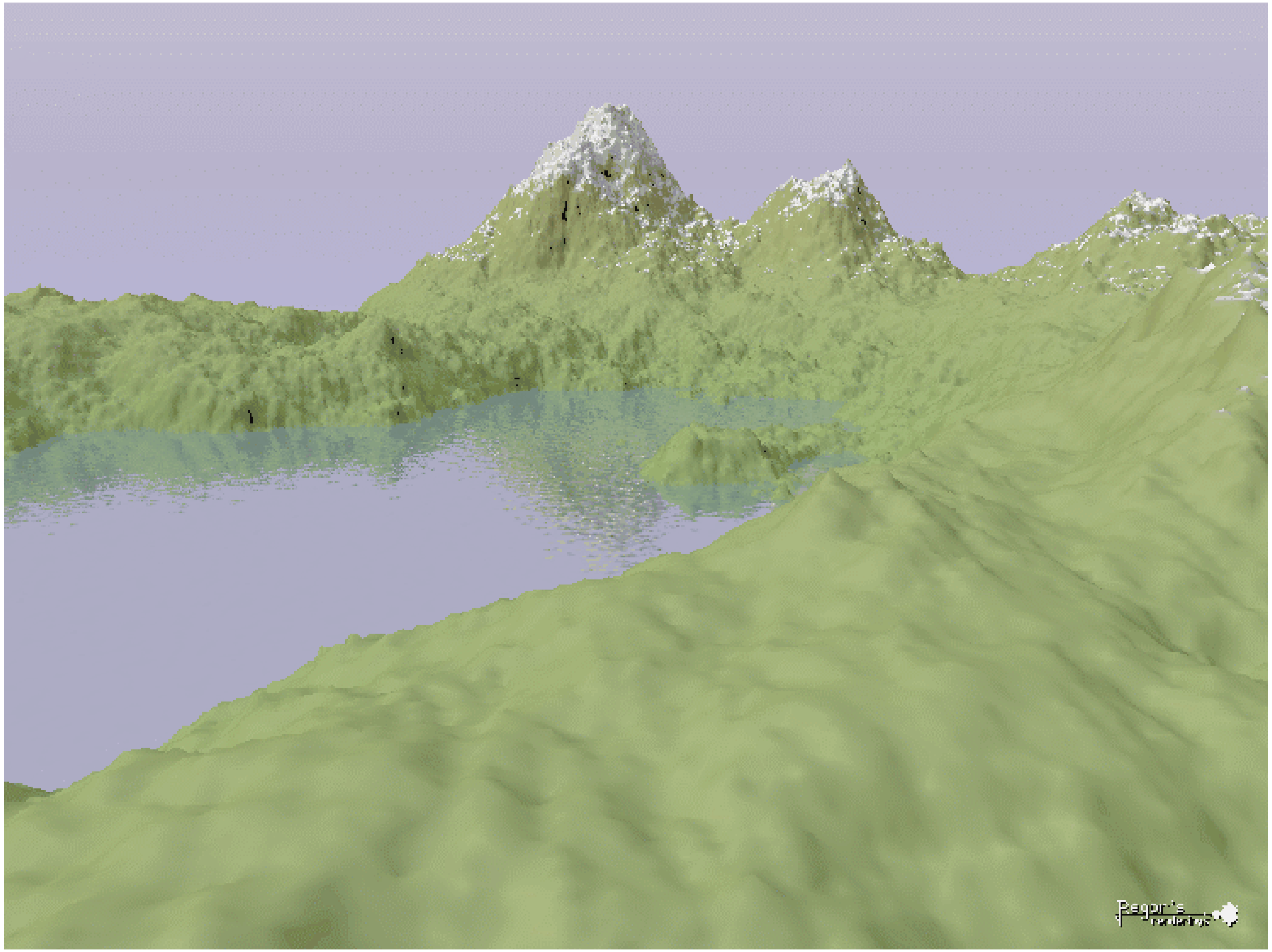
INM

Maria L. Ivanissevich
UNPA

Antonio S. Cofiño
José Manuel Gutiérrez
Universidad de Cantabria

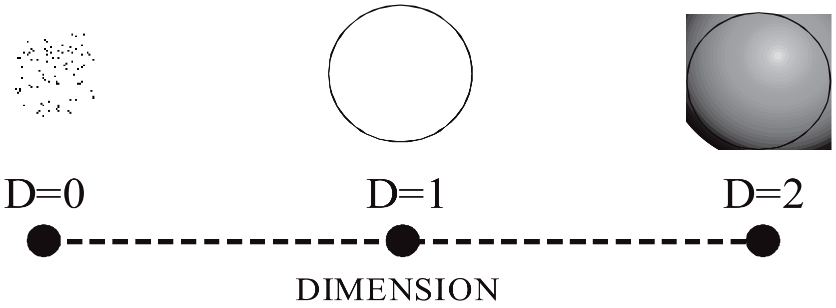
http://personales.unican.es/~gutierjm

IBERAMIA-2000 ***Noviembre del 2000***

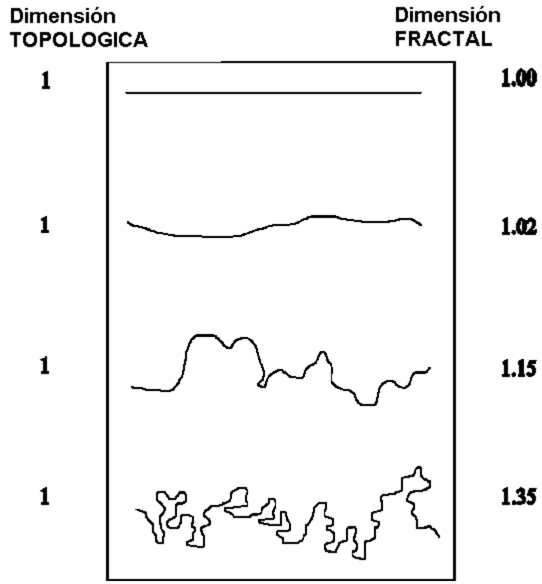


La Geometría Fractal

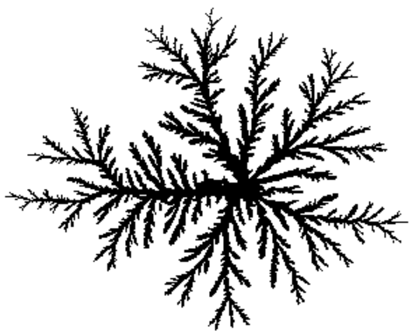
La geometría tradicional (euclídea) se encarga de las propiedades y de las mediciones de objetos tales como **puntos**, **líneas**, **planos** y **volúmenes**.

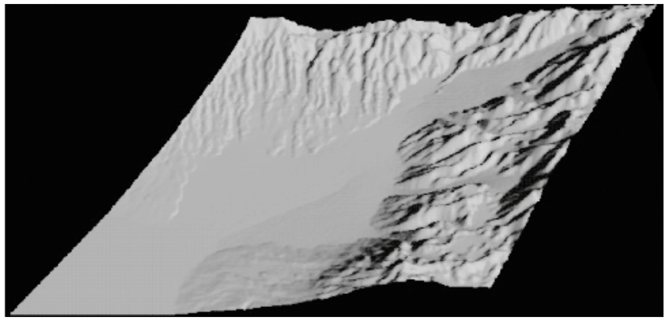


Sin embargo, no todas las curvas son “iguales”.



Existen otros **objetos geométricos irregulares** con infinitas singularidades (puntos no diferenciables).





Clouds are not spheres, mountains are not cones, nor does lightning travel in a straight line.

Benoit B. Mandelbrot

Benoit B. Mandelbrot: The fractal geometry of nature. W.H.Freeman and Company, New York, ***1983.***

Formalización del concepto de Fractal

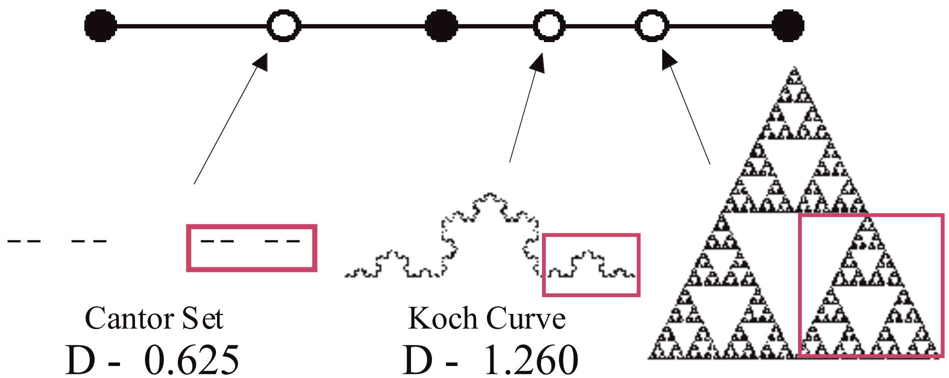
La geometría fractal permite estudiar fenómenos irregulares que no pueden ser caracterizados con las teorías geométricas clásicas.

- **Invarianza a cambios de escala**. Misma estructura (determinsta o estadística) a cualquier escala.

Leyes de potencia.

$$m(l) = l^D$$

- **Soluciones de EDs**
- **Curvas y superficies de interpolación**
- **Sistemas de Funciones Iteradas**



Cantor Set
D - 0.625

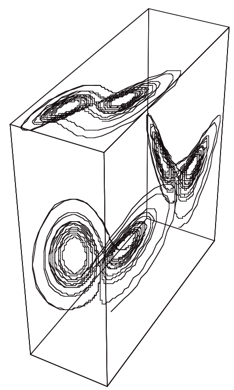
Koch Curve
D - 1.260

Sierpinsky Triangle
D - 1.585

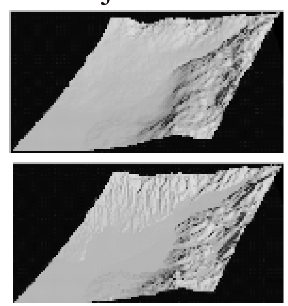
IFS

L-sistemas

Atractores extraños



Paisajes fractales



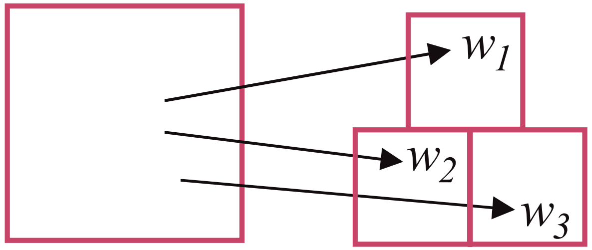
Curvas de interpolación fractal

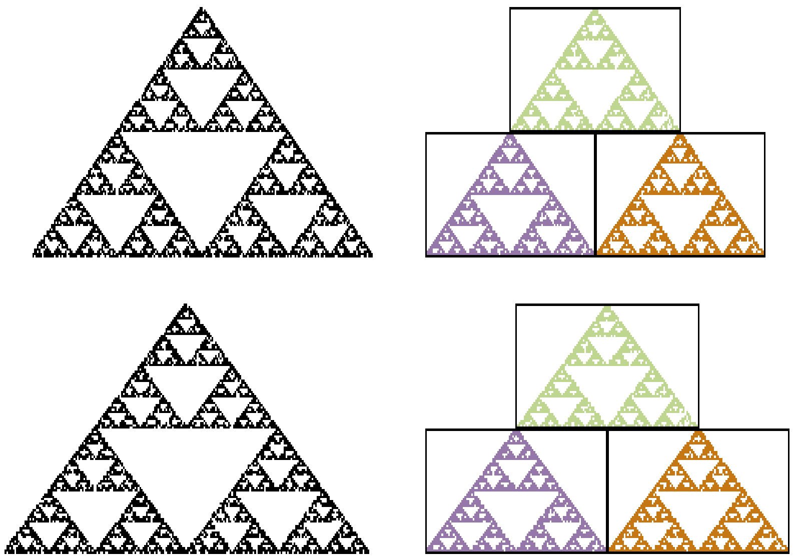
Sistemas de Funciones Iteradas (SFI)

Un SFI consiste en N aplicaciones

$$\{w_1,\ldots,w_N\}$$

$$A = \bigcup_{i=1}^{N} w_i(A) \quad \text{“\textbf{atractor}”}$$

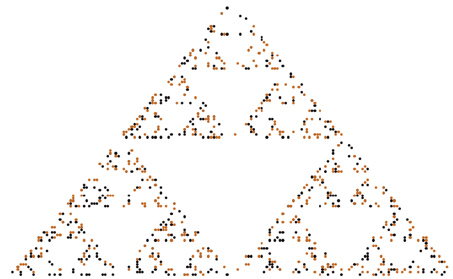




IFS -> atractor (rendering)

$$\{x_n\}_{n=1}^{\infty}, \;\; x_{n+1} = w_{\sigma_n}(x_n)$$

$$P(\sigma_n = i) = p_i, \;\; i = 1, \ldots, N$$



atractor -> IFS

El problema inverso de los sistemas de funciones iteradas (hallar las transformaciones que corresponden a un atractor dado) es un problema mucho más complejo que todavía no tiene solución.

El helecho de Barnsley

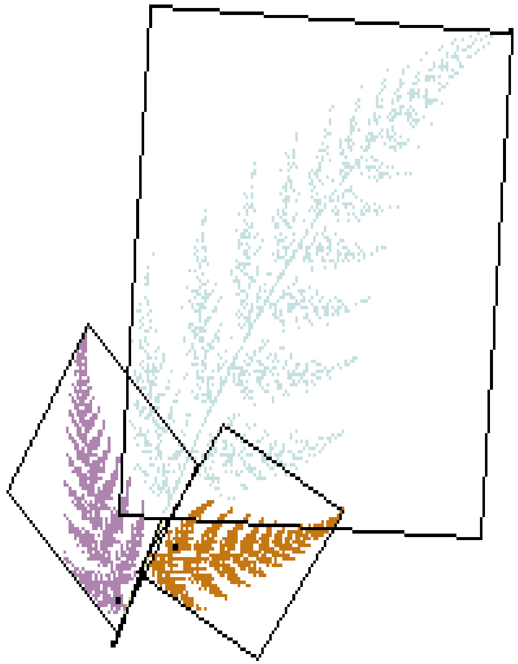
El helecho de Barnsley es un fractal de apariencia semejante a una forma natural y que está representado únicamente por cuatro transformaciones lineales.

$$t_1\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.81 & 0.07\\-0.04 & 0.84\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.12\\0.19\end{bmatrix}$$

$$t_2\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.18 & -0.25\\0.27 & 0.23\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.12\\0.02\end{bmatrix}$$

$$t_3\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.19 & 0.27\\0.24 & 0.14\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.16\\0.12\end{bmatrix}$$

$$t_4\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.02 & 0.09\\0.04 & 0.17\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.11\\0.00\end{bmatrix}$$



Fractal Image Compression

Lenna 256 colors (gray scale)

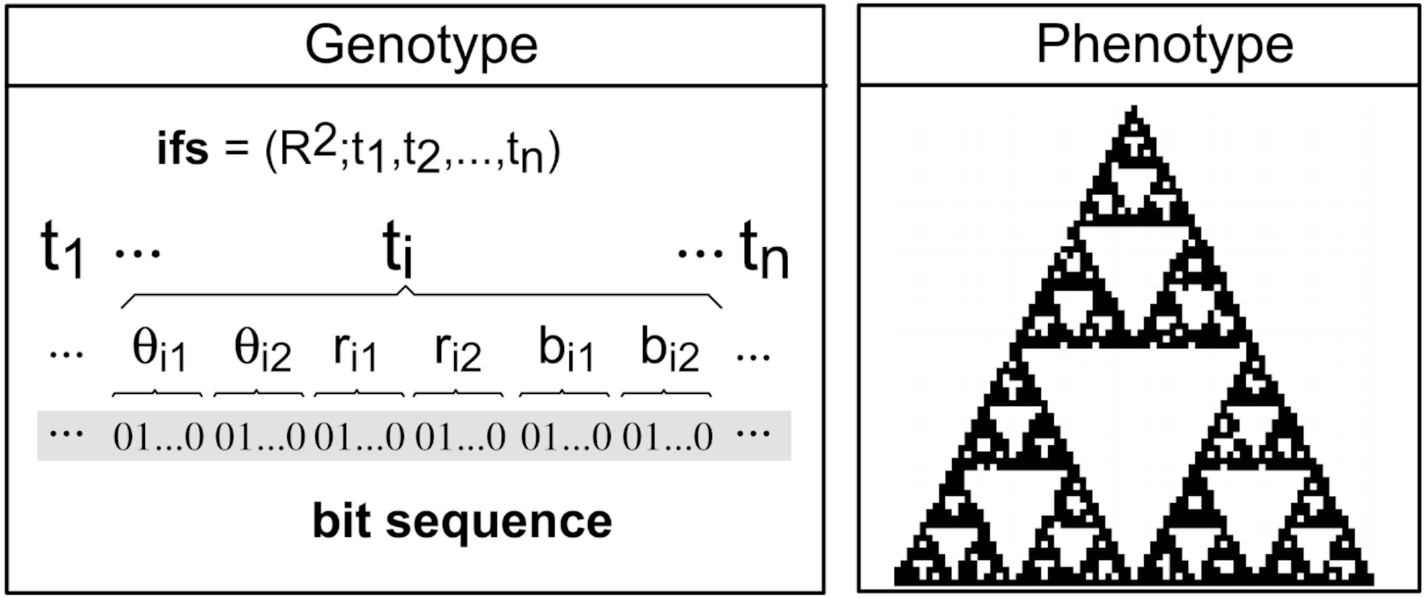
BMP	Fractal	Fractal
66330 bytes	24619 bytes	2852 bytes

Solución del Problema Inverso con Alg. Evolutivos

Una codificación de la población *del problema, ya sea binaria, o mediante números reales.*

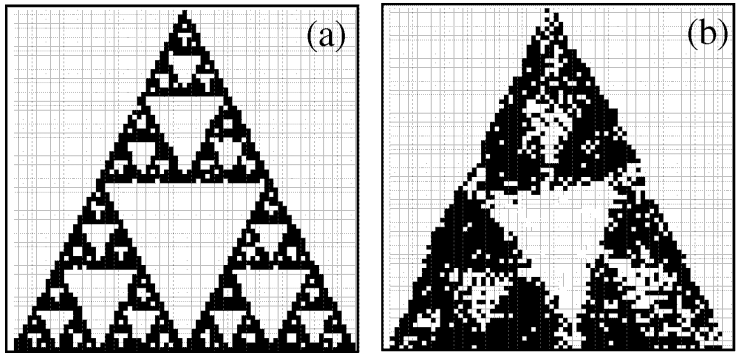
6 parámetros que componen cada una de sus transformaciones.

$$t\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \cos\theta_1 & -r_2 \cos\theta_2 \\ r_1 \sin\theta_1 & r_2 \sin\theta_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$



Una función de fitness (adaptación) *que cuantifique la optimalidad de cada elemento de la población.*

Distancia de Hamming entre la imagen buscada y el IFS.



Operadores genéticos de cruzamiento y mutación*, mediante los cuales se introducirá diversidad en la población.*

La **mutación** se lleva a cabo variando aleatoriamente el valor de algún bit,

o introduciendo un valor aleatorio en los números reales.

antes **1 1 1 1 1 1 1**

después **1 1 1 0 1 1 1**

$$x'_i = x_i + N(0,\sigma_i)$$

El **cruzamiento** trata de combinar elementos de la población para combinar las mejores características.

corte corte

padres: 1 1 1 1 1 1 1 — 0 0 0 0 0 0 0

descendencia: 1 1 1 0 0 0 0 — 0 0 0 1 1 1 1

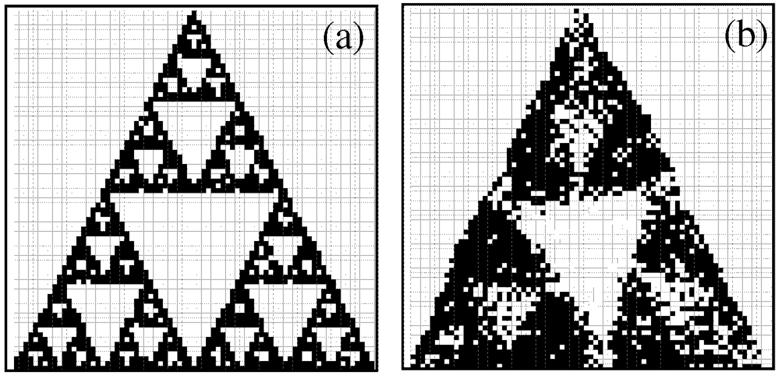
$$(x_i + x_j)/2$$

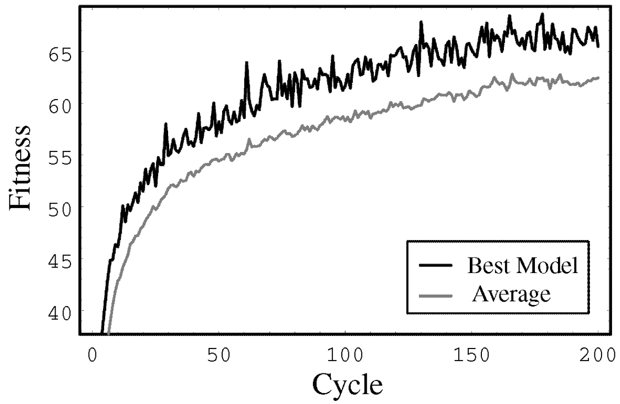
$$(\sigma_i + \sigma_j)/2$$

Un Algoritmo Genético Simple

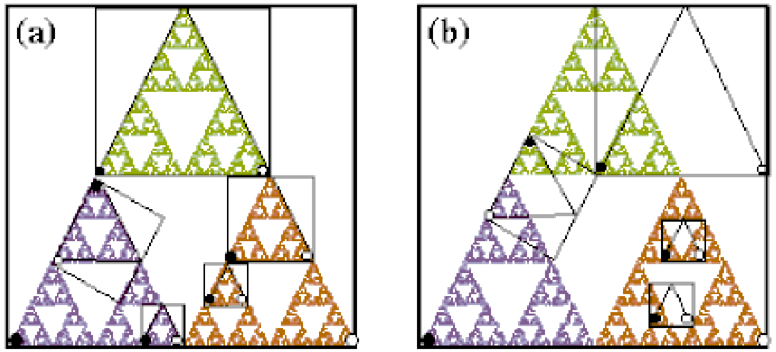
Partiendo de un conjunto de SFI formados por un número aleatorio (entre 2 y 6) de transformaciones aleatorias se aplican 200 ciclos de un algoritmo génetico con:

mutación: *0.01*
crossover: *0.6*
población. *50*





Mínimos globales **Mínimos locales**



Elevado tiempo de computación → **INEFICIENCIA**

Gran número de mínimos locales → **COMPLEJIDAD**

Un Algoritmo Genético Híbrido

La complejidad de los problemas hace que, en la práctica, pueda ser necesario utilizar algún tipo de estrategia híbrida para resolverlos.

El gran número de mínimos locales y globales se refleja en las distintas evoluciones de las diferentes ejecuciones.

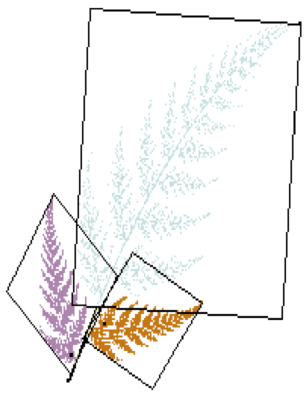
1. ***Calcularmos transformaciones autosemejantes de la imagen dada.***

$$t_1\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.81 & 0.07\\-0.04 & 0.84\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.12\\0.19\end{bmatrix}$$

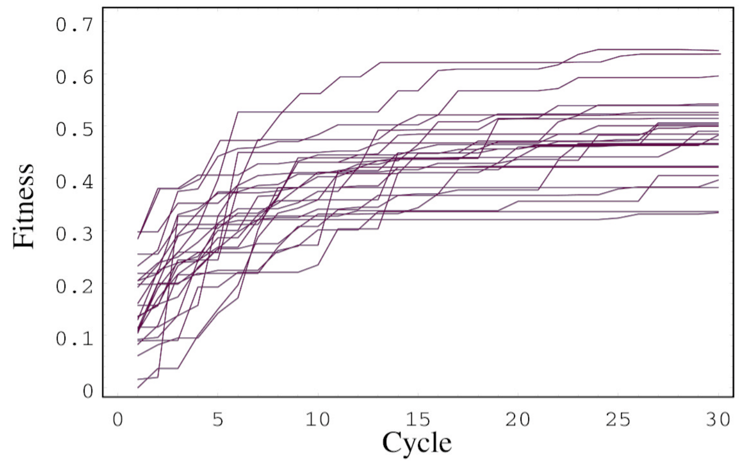
$$t_2\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.18 & -0.25\\0.27 & 0.23\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.12\\0.02\end{bmatrix}$$

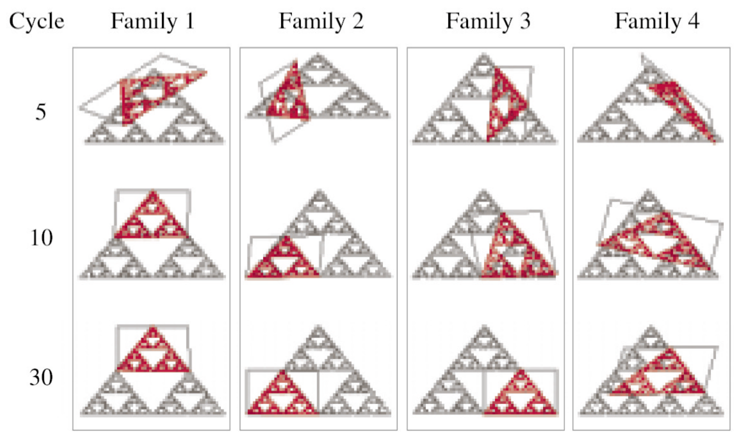
$$t_3\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.19 & 0.27\\0.24 & 0.14\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.16\\0.12\end{bmatrix}$$

$$t_4\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.02 & 0.09\\0.04 & 0.17\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.11\\0.00\end{bmatrix}$$

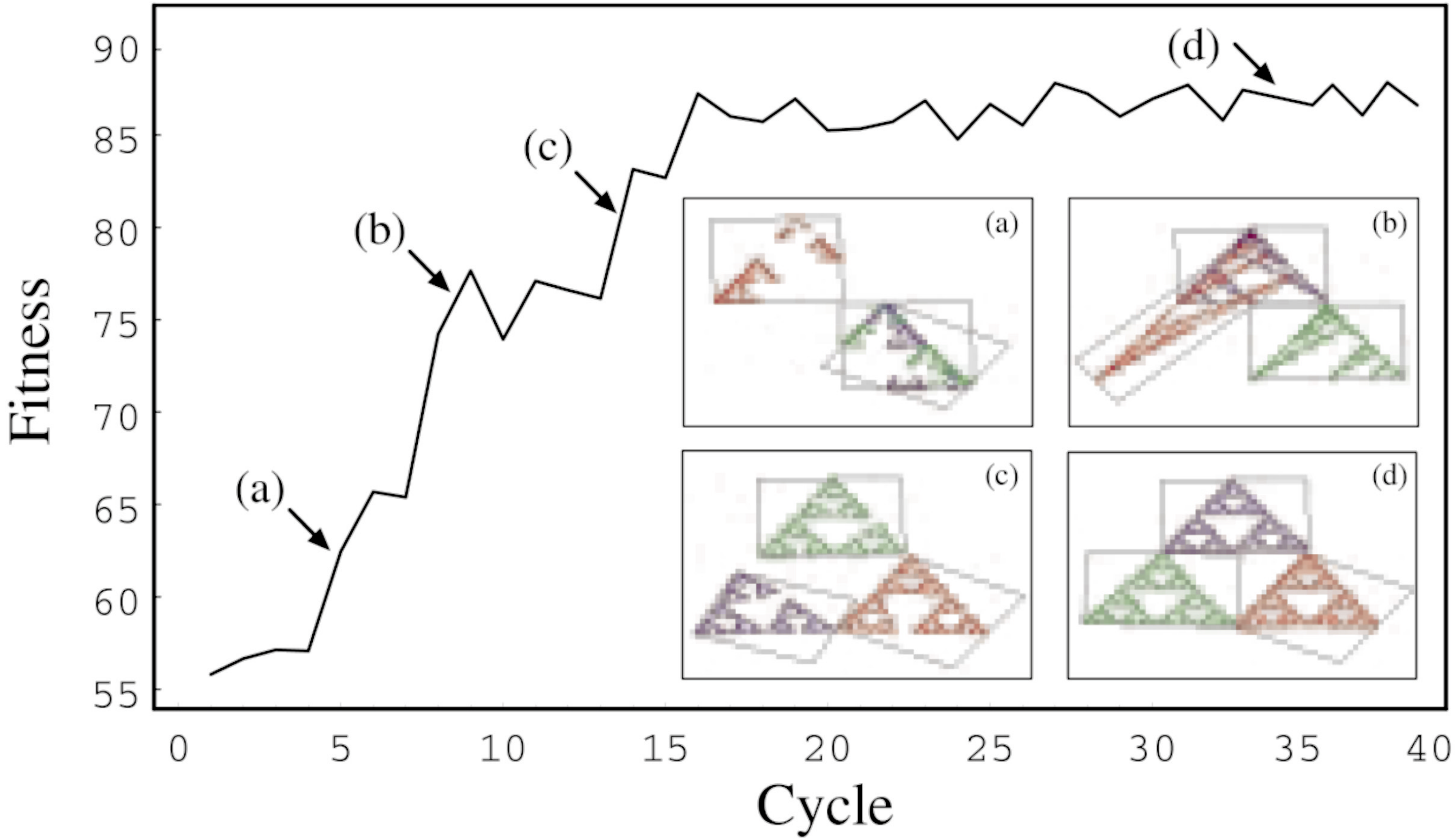


Para ello utilizamos un algoritmo evolutivo y en cada ejecución obtendremos una población de transformaciones.



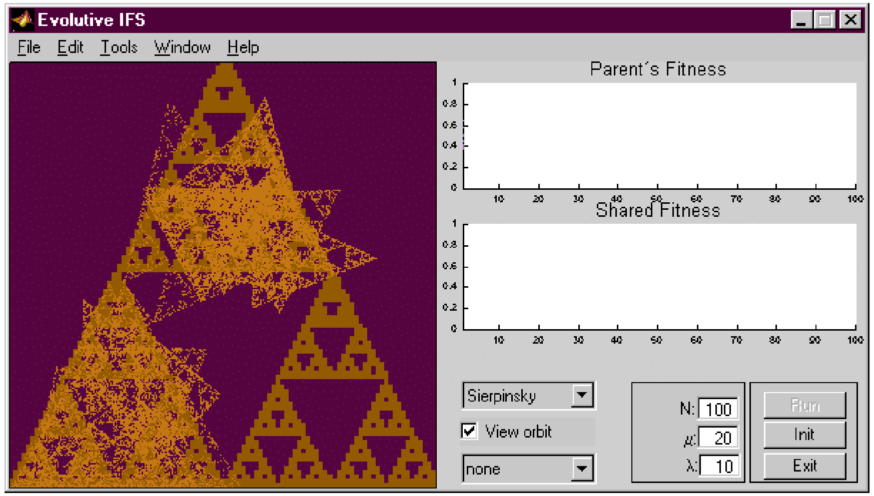


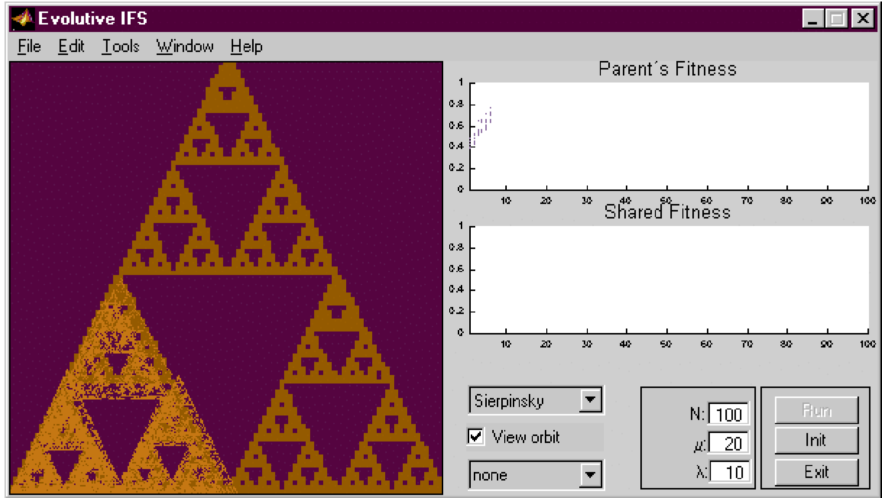
2. ***Se combinan lass transformaciones para generar una población de IFS y un algoritmo genético (sin mutación) es utilizado para hallar la combinación óptima de transformacioes.***

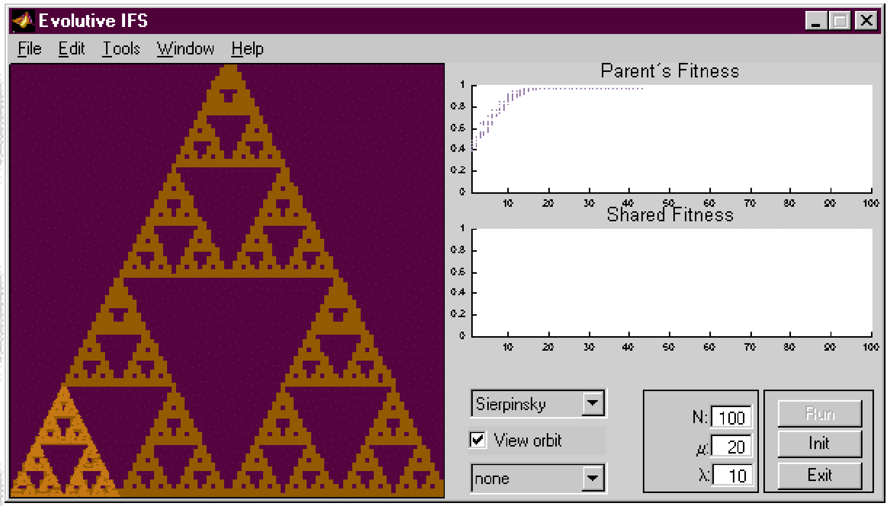


Problemas con la Etapa Evolutiva

La familia resultante de cada ejecución corresponde a un único mínimo.







En este caso se alcanza un mínimo global del sistema, pero toda la diversidad de la población se pierde rápidamente .

NECESARIO MANTENER LA DIVERSIDAD !!!!!

Comparación de Técnicas de Niching

Se probaron distintas técnicas:

•fitness sharing

(escala el fitness en relación a un entorno de cada individuo)

resulta poco eficiente pues la población es dominada por una única transformación

•crowding

(se reemplaza el padre más cercano al individuo creado)

mantiene la diversidad y logra identificar un conjunto de transformaciones autosemejantes

•clustering

dada una estimación del número de transformaciones resulta el más eficiente de los tres métodos.