



TALLER3

LA DANZA MACABRA

Al atardecer, un grupo de amigos caminaba por el bosque. Andaban como encantados por la luz que alcanzaba a filtrarse entre los árboles coloreando de los tonos más fantásticos. El encanto era todavía mayor, pues no pasaba mucho tiempo sin que las hojas de los árboles, sin razón aparente, cambiaran de color. Ninguno vio a la delicada oruga que, comiendo entre los árboles, los miró pasar con intensa curiosidad. La oscuridad ya casi había caído por completo sobre ellos cuando llegaron a un claro entre los árboles. En el centro estaban lo que parecían los restos de una fogata, donde una pequeña flama crepitaba solitaria entre las brasas. Al acercarse a las brasas en busca de calor, los amigos encontraron, extrañados, cinco pares de zapatos distribuidos alrededor de la fogata. Esto los intrigó tanto que, al no encontrar qué otra cosa hacer para descifrar el misterio, se los pusieron.

Aunque los zapatos les quedaron a la perfección, pronto descubrieron con horror qué no se los podían quitar. Por el contrario, entre más lo intentaban, más se apretaban los zapatos. Estaban a punto de caer presas del pánico, cuando una voz suave, pero profunda, resonó entre ellos. *No vale la pena forcejear con mis creaciones; no hay poder en este mundo que haga que los zapatos los dejen ir si ellos no lo desean.*

Los amigos, aterrados suplicaron que les dijera qué debían hacer para salir de ahí.

- *Con gusto yo los dejaría partir. Pero ya que ustedes se los han puesto por voluntad propia, los zapatos no los dejarán ir mientras no hayan jugado el juego; es decir, mientras no hayan hecho con ellos la danza*
- *Nos dejarán ir si bailamos? Eso suena complicado, dijo alegre uno de los amigos.*
- *Así es. Pero la danza no es tan simple como creen. Miren con cuidado delante de ustedes. Hay, frente a cada uno, un número escrito en el suelo. Los amigos vieron cómo los números del 1 al 5 estaban trazados en el suelo, cada uno frente a uno de los cinco pares de zapatos.*
- *Los zapatos se mueven alrededor del fuego obedeciendo instrucciones. Cuando alguien dicta una operación, los zapatos realizan esta operación al número que tienen delante y se mueve al lugar que corresponde al resultado de hacer la operación.*

La danza consiste en que yo dictaré una serie de operaciones que harán bailar a los zapatos-y a ustedes- alrededor de la fogata. Cuando yo lo decida, me detendré y vendrá su turno de dictar operaciones para continuar la danza. Si logran regresar a la posición en que comenzaron a bailar, entonces la danza terminará y los zapatos los dejarán partir. Pero no todas las operaciones están permitidas...únicamente podrán ordenar a los zapatos sumar y multiplicar. Ya que yo deseo ayudarles, puedo prometerles no multiplicar por 5 nunca. El resto dependerá de ustedes. Pueden los amigos bailar adecuadamente para quitarse los zapatos? Qué estrategia pueden seguir para asegurarse de poder regresar a la posición inicial, sin importar cuán complicada sea la danza.

Para responder esto, hagamos primero algunas aclaraciones. Se ha dicho que los zapatos obedecerán las operaciones que se les dicten, por ejemplo, si la instrucción es *más uno*, entonces los zapatos que están en el número 1 se mueven al número 2, los del 2 se mueven al número 3, los del número 4 se mueven al lugar 5. Y los zapatos del lugar 5? Qué pasa cuando el resultado de aplicar la operación resulta un número mayor que 5? Cuál es el lugar que le corresponde a $5 + 1 = 6$? El 1. Para saber el lugar que corresponde a un número n , recorremos n lugares en el círculo, comenzando en el lugar 1. Por ejemplo, al 6 le corresponde el 1, al 7 le corresponde el 2, al 8 el 3, y así sucesivamente. Así, si la instrucción es *por dos*, los zapatos del 2 tendrán que moverse al 4, los del 3, al 1 (que es el que corresponde al 6), los del 4, al 3 (que corresponde al 8), siguiendo de esta manera.

1. Qué pasa cuando la instrucción es *más n o por n* , con n un número mayor que cinco? Es equivalente a alguna operación que involucre solo números del 1 al 5?

Informes:

circulos.matematicos@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

2. Qué pasa cuando la instrucción es *por cinco*? Por qué pasa esto?
3. Qué instrucciones dadas por la voz garantizan que los amigos no podrán quitarse nunca los zapatos?
4. Qué deben hacer los amigos para revertir el movimiento correspondiente a *a más uno*? Y para revertir el correspondiente a *por 3*?
5. Qué estrategia pueden seguir los amigos para revertir todo el baile dictado por la voz y regresar al lugar original, quitarse los zapatos y partir de casa?
6. Y si hubieran sido seis amigos y seis zapatos alrededor del fuego? Habría sido distinto? Y si hubieran sido cuatro? Y siete?
7. Cauchy y Wierstrass dibujan en el suelo un tablero con seis casillas en el círculo y toman turnos para tirar 3 dados. En su turno, cada uno tira los dados y avanza el número de casillas indicada por la suma de ellos; cada jugador tiene una ficha con la que va recorriendo las casillas en el sentido de las manecillas del reloj. Si las fichas aparece en un casilla determinada (casilla inicial) y dos lugares adelante en el sentido horario se tiene la casilla final. Acuerdan que el primero que llegue a la casilla final escogerá la cena. Si comienza Cauchy qué números deben sumar los dados en el primer turno para poder elegir la cena?
8. Más adelante en el bosque, las ardillas juegan, orgullosas, con las abundantes nueces que tienen. Se reúnen n ardillas a jugar con k nueces. Las dividen en s montones. El juego consiste en que, en su turno, cada ardilla escoge uno de los montones y los divide en dos de la manera en que lo desee. Perderá la ardilla que no pueda hacer ningún movimiento. Puedes decir qué ardilla perderá?
9. Después de la rebotante cena en que se convirtieron unos desafortunados cerditos asustados, un dragón sufre de una intoxicación severa que podría causarle la muerte.

Paqui, Piqui y Poqui quieren preparar una pócima sanadora para curarlo. Ya tienen el brebaje casi listo y solo les falta agregarle cinco dosis consecutivas de esencia de wisteria. Las dosis deben ser agregadas exactamente cada 17 días, puntualmente, o la pócima no será efectiva. Tienen el problema de que Piqui solo puede escabullirse a agregar la dosis los viernes y los sábados, debido a sus intensas prácticas deportivas. Poqui solo puede ir los martes y los domingos, debido a sus intensas sesiones de estudio en la biblioteca. Y Paqui solo tiene libre los miércoles y los sábados, pues su maestro de botánica lo tiene ocupado los otros días, clasificando plantas. Hay manera de que logren salvar al dragón? En qué día de la semana deben comenzar a poner la primera dosis de esencia de wisteria para terminar de preparar la pócima sanadora sin interrumpir la preparación? Quién y qué día de la semana debe ir a agregar la esencia a la pócima?

Referencias

- [1] Neve C., Rosales L., *Por la senda de los círculos*, Instituto de Matemáticas, UNAM, 2017, Ciudad de México.

Informes:

circulos.matematicos@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.