



SEGUNDO TALLER

DESPUÉS DE LA TORMENTA

1. Después de resistir mucho, un barco sucumbe ante el poder de una fiera tempestad. Afortunadamente, hay una isla cercana a la que sus numerosos pasajeros logran llegar flotando entre los maderos. Ya en la isla, buscan organizarse para conseguir comida y construir una balsa para regresar a casa. Deciden repartirse entre aquellos que concentrarán sus esfuerzos en construir el navío. Un habitante de la isla los encuentra y promete ayudarles. Les sugiere un juego para decidir cómo agruparse en pescaderos y carpinteros, afirmando que es la mejor manera de formar los equipos. En el juego, los pasajeros estarán repartidos en equipos de carpinteros y de pescaderos; se irán agrupando y reagrupando según las siguientes reglas

- Los grupos de los carpinteros y los pescaderos irán tomando turnos alternadamente. Comenzarán m carpinteros y n pescadores, considerados equipos de una sola persona: es decir, hay m equipos de un carpintero y n equipos de un pescador.
- En el turno de los pescadores, cada equipo de pescadores, podrá elegir a uno de los carpinteros para que se una su equipo, siempre y cuando haya suficientes equipos de carpinteros para que cada equipo de pescadores pueda elegir uno.
- Los equipos de los carpinteros que han sido elegidos se vuelven ahora pescadores, uniéndose al equipo que los eligió.
- Si aún hay suficiente equipos en los carpinteros para que cada uno de los equipos de los pescadores elija nuevamente a uno de los carpinteros, entonces lo hacen. Repiten esto hasta que ya no haya suficientes equipos en los carpinteros.
- Cuando ya no hay suficientes equipos en los carpinteros para que cada uno de los equipos de pescadores elija a uno de carpinteros, termina el turno de los pescadores y viene el turno de los carpinteros.
- En su turno, el grupo de los carpinteros hace lo mismo con el grupo de los pescadores.
 - a) Termina en algún momento el juego?
 - b) Si termina el juego, puede suceder que al final haya únicamente carpinteros o únicamente pescadores?
 - c) Si al final quedan d equipos, qué relación tiene d con m y n ?
 - d) Puede suceder que al final del juego haya un único equipo? Qué deben satisfacer m y n para que esto suceda?

Después de varias rondas del juego, los pasajeros aún no logran terminar con equipos de ambos grupos. Al confrontar al habitante de la isla, éste genera una gran confusión con sus respuestas. Descubren que es un orco disfrazado.

2. Euclides tiene un patio rectangular de $m \times n$ (m y n son aquí números naturales). Desea cubrirlo con mosaicos cuadrados más grande posible.
- a) Es siempre posible cubrir totalmente el patio con mosaicos cuadrados?
 - b) Cómo podrías encontrar el valor d de lado de los mosaicos cuadrados más grandes con los que Euclides podría cubrir el patio?
 - c) Qué relación tiene este d con m y n ?
 - d) Qué características debe tener el patio para que d sea 1?
 - e) Qué relación tiene esto con el problema anterior, de pescadores y carpinteros?

Informes:

circulos.matematicos@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

3. Stern y Brocot toman turnos para partir pedazos de un rico pastel de garbanzo que tiene forma rectangular. Ponen la regla de que únicamente pueden partir pedazos cuadrados, hechos con un único corte.
- a) Siempre se terminan el pastel?
 - b) Qué ocurre si después de partir varios pedazos, en algún momento los lados del rectángulo restante están en la misma proporción que los del pastel inicial?
 - c) Si logran terminarse el pastel, de qué tama el último pedazo que se comen?

Las siguientes preguntas son significativamente difíciles sin contar con la herramienta adecuada. Sin embargo, son más profundas de lo que aparecen y vale la pena pensarlas.

4. a) Si en el juego de los carpinteros y los pescadores comienzan m carpinteros y n pescadores, en equipos de una sola persona, puedes saber cuántos turnos durará el juego? Puedes saber cuántas veces habrá *elección de equipos* de un grupo y de otro?
- b) Supongamos que Stern y Brocot logran terminarse el pastel?, puedes saber cuántos pedazos comieron entre los dos?
- c) Cómo tendrían que ser el pastel para que en cada turno cada uno corte un pedazo?
5. Encuentras alguna relación entre los problemas de esta actividad y la actividad de *enredos racionales*?

Referencias

- [1] Neve C., Rosales L., *Por la senda de los círculos*, Instituto de Matemáticas, UNAM, 2017, Ciudad de México.

Informes:

circulos.matematicos@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.