

TALLER 1

ORCOS, HOBBITS Y ARAÑAS

1. En la isla de Confutia habitan elfos, hobbits y orcos. Un día, descubren al despertar que todos han cambiado de apariencia. Esto complica mucho saber quién es quién. Sin embargo, aún hay esperanza de distinguirlos, puesto que los orcos siempre mienten, los elfos siempre dicen la verdad y los hobbits pueden mentir o decir la verdad.

- Viajas a Confutia y te dan la bienvenida dos personajes. Uno de ellos te dice *soy un hobbit* y el otro dice *soy un orco*. Si sabes que uno de ellos es un hobbit y el otro es un orco, puedes decir cuál es cuál?
- Comienzas tu recorrido por Confutia y te topas con tres personajes sentados en una roca, observando la puesta de sol. Le preguntas a uno de ellos, *Eres un elfo o un orco?* No logras escuchar su respuesta, así que le preguntas al otro: *Qué dijo?*, a lo que te responde: *Dijo que es un orco*. Al oír esto, el tercero exclama: *No creas esto último!, Él es un orco!* Si ninguno es hobbit, puedes saber si son elfos u orcos?
- Sigues caminando y escuchas los ruidos alegres de una reunión. Al entrar, descubres que es una fiesta de disfraces. Ves platicando animadamente a un mamut, una ballena y un manatí, contando historias de naufragios. Te acercas intrigado a interrogarlos sobre su identidad. Responden lo siguiente:

Mamut *La ballena es un orco.*

Ballena *El mamut está mintiendo.*

Manatí *El mamut es un orco.*

- 1) Asumiendo que dos de ellos son elfos y el tercero es orco, puedes saber cuál es cuál ?
 - 2) Asumiendo que dos de ellos son orcos y el tercero es elfo puedes saber cuál es cuál?
En uno de los cuartos de la misma fiesta, todos afirman que hay al menos un orco en la habitación.
 - 3) Qué está sucediendo? Cuántos elfos y cuántos orcos hay en el cuarto?
- A pesar de que el pueblo de los orcos y el de los elfos están separados, es común encontrar tantos orcos como elfos en ambos. Llegas a uno de los pueblos, pero no sabes cuál es. Sólo puedes hacer una pregunta para averiguarlo y únicamente te podrán responder *sí* o *no*. Qué pregunta puedes hacer? Nota: aquí no hay hobbits.
 - Vas caminando hacia el puerto para regresar a casa y te encuentras con una bifurcación en el sendero. Hay en ella un elfo y un orco peleando, que se detienen al ver que te acercas. Ambos saben cuál camino lleva al puerto, pero tú no lo sabes. Es importante hacer la elección correcta, pues una de las rutas conduce a una cueva con monstruosas criaturas. Tienes derecho a hacer solamente una pregunta, *Qué puedes preguntar para saber qué camino tomar?*

2. Una bruja tiene atrapadas a tres arañas: una alta, otra mediana y una pequeñita. Decide hacer un juego macabro para saber si liberarlas o usarlas para preparar sus brebajes. Coloca un pequeño sombrero a cada araña. La araña alta alcanza a ver los sombreros de las otras dos, la mediana alcanza a ver el de la pequeña, pero ésta última no ve ninguno. Les dice que sus sombreros fueron elegidos de entre cinco sombreros -dos negros y tres rojos- y les da las siguientes indicaciones:

Informes:

circulos.matematicos@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.

- a) Preguntará primero a la más alta, luego a la mediana y finalmente a la pequeña lo siguiente: *sabes el color de tu sombrero?*
- b) Todas las arañas podrán escuchar las respuestas de las otras.
- c) Después de haber escuchado las respuestas, las dejará pensar un minuto y liberará a las que logren deducir el color de su sombrero.
Sucedo lo siguiente:
- d) Cuando la bruja se dirige a la araña más alta, ésta responde: *Yo no sé el color de mi sombrero.*
- e) En su turno, la segunda araña responde: *Yo tampoco sé el color de mi sombrero.*
- f) Por último, la araña más pequeña dice: *Entonces yo ya sé cuál es el color de mi sombrero.*
- 1) Cómo es esto posible?
 - 2) Cómo podrían haberse salvado las tres con alguna elección adecuada de sombreros? Con alguna combinación pudieron salvarse dos exactamente?
3. Abel invita a Galois a un juego. Abel pensará en un número y Galois tendrá que adivinar qué número escogió?
- a) Acuerdan que Abel elegirá un número entre el 1 y 32 (incluidos éstos). Galois tendrá permitido hacer sólo cinco preguntas y Abel podrá responder únicamente *si* o *no*. Qué estrategia puede seguir Galois para adivinar el número de Abel?
- b) Ahora acuerdan que Abel pensará un número entre el 1 y el 16. Galois tendrá derecho a hacer ocho preguntas para adivinar el número que pensó Abel, quien podrá responder únicamente *si* o *no*, con el añadido de que podrá mentir en una de sus respuestas (y sólo una), aunque puede elegir no mentir. Cómo puede adivinar Galois el número que pensó Abel?

Referencias

- [1] Neve C., Rosales L., *Por la senda de los círculos*, Instituto de Matemáticas, UNAM, 2017, Ciudad de México.

Informes:

circulos.matematicos@uis.edu.co

Tel.: 6344000 ext. 2316.